

dc pam4

支配方程式系とその離散化

地球流体電脳倶楽部

2008年06月24日 (dc pam4-20080624-1)

目次

第 1 章	この文書について	1
1.1	この文書について	1
第 2 章	座標系・変換公式	2
2.1	はじめに	2
2.2	座標系	2
2.3	水平格子点	2
2.4	鉛直レベル	3
2.5	水平スペクトル	4
2.5.1	水平スペクトルの基底の導入	4
2.5.2	波数切断	5
2.5.3	離散化したスペクトルの基底の直交性	5
2.5.4	格子点値とスペクトルの係数との変換法	5
2.5.5	内挿公式	6
2.5.6	空間微分の評価	6
2.6	参考文献	7
第 3 章	力学過程	8
3.1	はじめに	8
3.2	支配方程式	8
3.2.1	連続の式	8
3.2.2	静水圧の式	8
3.2.3	運動方程式	8
3.2.4	熱力学の式	9
3.2.5	水蒸気の式	9
3.2.6	境界条件	10
3.2.7	波数依存型の水平拡散項	11
3.3	鉛直離散化	11
3.3.1	連続の式, 鉛直速度	11
3.3.2	静水圧の式	12
3.3.3	運動方程式	12
3.3.4	熱力学の式	13
3.3.5	水蒸気の式	13
3.4	水平離散化	14
3.4.1	連続の式	14
3.4.2	運動方程式	14

3.4.3	熱力学の式	15
3.4.4	水蒸気の式	15
3.5	時間積分	15
3.5.1	leap frog による時間積分と時間フィルター	16
3.5.2	semi-implicit 時間積分	16
3.6	参考文献	18
第 4 章	積雲パラメタリゼーション	19
4.1	はじめに	19
4.2	湿潤対流調節	19
4.2.1	はじめに	19
4.2.2	水蒸気が少ないという近似を行う場合	20
4.2.3	温度と比湿の調節量の計算方法	20
4.3	Kuo スキーム	23
4.4	浅い積雲	25
4.5	荒川シューバートスキーム	25
4.6	参考文献	25
第 5 章	大規模凝結	26
5.1	大規模凝結	26
第 6 章	放射	27
6.1	はじめに	27
6.2	入射放射	27
6.2.1	入射フラックス分布	27
6.2.2	年平均日射の場合	27
6.2.3	同期回転惑星の場合の入射フラックス	28
6.3	短波放射	28
6.3.1	短波放射フラックス	28
6.4	長波放射	29
第 7 章	地表面過程	30
7.1	はじめに	30
7.2	SWANP (未作成)	30
7.3	バルク法 (未作成)	30
第 8 章	蒸発・凝結による地表面気圧変化	31
8.1	基本的な考え方	31
8.2	表面気圧変化の計算	31
8.3	比湿の補正	32
第 9 章	鉛直フィルター	33
9.1	背景と目的	33
9.2	基本的な手続き	33
9.3	調節のための基本温度場	33

9.4	調節する部分の決定	33
9.5	調節および誤差の補正	34
第 10 章	飽和比湿	36
10.1	はじめに	36
10.2	Nakajima et al. (1992) で用いられた式	36
10.3	参考文献	36
第 11 章	惑星大気の物理定数	37
11.1	地球大気の物理定数	37
11.2	木星大気の物理定数	37
第 12 章	使用上の注意とライセンス規定	39
12.1	ライセンス規定	39
12.2	使用上の注意	39
12.3	開発グループメンバー	40
12.3.1	2007 年度	40

第1章 この文書について

1.1 この文書について

この文書は, 地球流体電脳倶楽部で開発中の惑星大気モデル (Denno-Club Planetary Atmospheric Model) のバージョン 4 である dcpam4 の支配方程式系およびその離散化手法を解説したものである.

dcpam4 は開発中であり, 本文書の内容とソースコードとは必ずしも一致しない.

第 2 章 座標系・変換公式

2.1 はじめに

ここでは、座標系の取り方および水平格子点、鉛直レベルの取り方を記す。さらに、力学過程の時間積分において使用する水平スペクトルを定義し、格子点値とスペクトルの係数との変換則を記す。

2.2 座標系

座標系は、水平方向には緯度 φ 、経度 λ を、鉛直方向には σ をとる。

手順は以下の通りである。

1. 惑星中心、北極の向き、赤道面内の経度 0 度の方向を決めて、極座標系 (r, λ, φ) をとる¹。
2. 各緯度経度において、地表面気圧 $p_s(\varphi, \lambda)$ をとる位置 r を決め、その r の位置を高度 $z = 0$ とする。
3. 鉛直座標軸をとり直す。気圧を $p(\varphi, \lambda, z)$ として、 $\sigma \equiv \frac{p}{p_s}$ を鉛直座標とする。

2.3 水平格子点

水平方向の格子点の位置は、Gauss 緯度 (格子点数 J 個²)、等間隔の経度 (同 I 個) である。

- Gauss 緯度

Gauss 緯度を J 次の Legendre 関数 $P_J(\sin \varphi)$ の零点 $\varphi_j (j = 1, 2, 3, \dots, J)$ として定義する。順番としては、 $\frac{\pi}{2} > \varphi_1 > \varphi_2 > \dots > \varphi_J > -\frac{\pi}{2}$ とする³。なお以後、 $\sin \varphi = \mu$ と書くことがある。

¹数学での極座標系は緯度でなく余緯度をとる。

²以下、 J は偶数とする。dcpam4 では、(Gauss 緯度としてとる場合には) J は偶数でなければならない。

³ J 次の Legendre 関数 $P_J(\mu)$ は

$$\left[\frac{d}{d\mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{d}{d\mu} \right\} + J(J+1) \right] P_J(\mu) = 0 \quad (2.1)$$

を満たす J 次多項式であり、 $P_J(\mu)$ の零点は全て $-1 < \mu < 1$ にある。なお、Gauss 緯度は近似的には

- 経度方向の格子点

経度方向の格子点の位置を

$$\lambda_i = \frac{2\pi(i-1)}{I} \quad (i = 1, 2, \dots, I) \quad (2.2)$$

ととる.

2.4 鉛直レベル

Arakawa and Suarez (1983) のスキームを用いる. とり方は以下のとおりである⁴. 下の層から上へと層の番号をつける. 整数レベルと半整数レベルを定義する⁵. 半整数レベルでの σ の値 $\sigma_{k-1/2}$ ($k = 1, 2, \dots, K$) を定義する. ただし, レベル $\frac{1}{2}$ は下端 ($\sigma = 1$), レベル $K + \frac{1}{2}$ は上端 ($\sigma = 0$) とする. 整数レベルの σ の値 σ_k ($k = 1, 2, \dots, K$) は次の式から求める.

$$\sigma_k = \left\{ \frac{1}{1 + \kappa} \left(\frac{\sigma_{k-1/2}^{\kappa+1} - \sigma_{k+1/2}^{\kappa+1}}{\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}} \right) \right\}^{1/\kappa}. \quad (2.3)$$

ただし, $\kappa = \frac{R}{C_p}$ である. ここで, R は乾燥空気の気体定数, C_p は乾燥空気の定圧比熱である⁶. また, レベル加重 $\Delta\sigma$ は以下のように定義される.

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_k &\equiv \sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2}, & (1 < k < K) \\ \Delta\sigma_{1/2} &\equiv \sigma_{1/2} - \sigma_1 = 1 - \sigma_1, \\ \Delta\sigma_{K+1/2} &\equiv \sigma_K - \sigma_{K+1/2} = \sigma_K. \end{aligned} \quad (2.4)$$

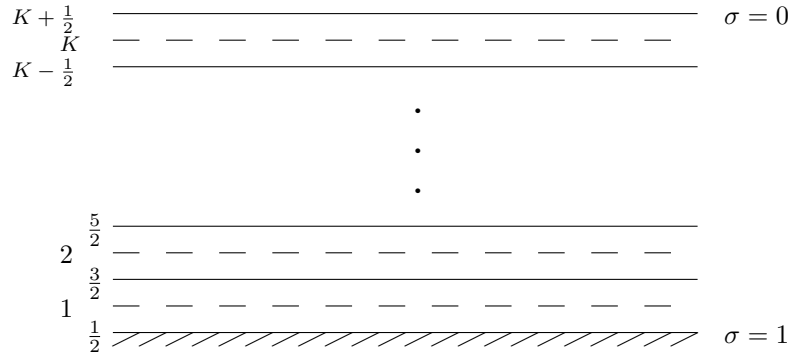
$\sin^{-1} \left(\cos \frac{j-1/2}{J} \pi \right)$ で与えられる.

⁴このスキームは次のような特徴をもつ. (2005/04/04 石渡: 最初の4つは不正確な表現かも)

- 全領域積分した質量を保存
- 全領域積分したエネルギーを保存
- 全領域積分の角運動量を保存
- 全質量積分した温位を保存
- 静水圧の式が local にきまる. (下層の高度が上層の温度に依存しない)
- 水平方向に一定の, ある特定の温度分布について, 静水圧の式が正確になり, 気圧傾度力が0になる.
- 等温位大気はいつまでも等温位に留まる

⁵物理量により, 整数レベルで定義されるものと, 半整数レベルで定義されるものがある.

⁶いずれも定数としている.



2.5 水平スペクトル

ここでは、力学過程の時間積分での計算において用いるスペクトルを導入し、格子点での値とスペクトルの係数とのやり取りの公式を示す。

2.5.1 水平スペクトルの基底の導入

格子点上の点で定義された物理量は、格子点上でのみ値を持つ（以下このことを、「離散化した」と呼ぶ）球面調和函数の和の形で表現される。また、各格子点における物理量の水平微分を評価するために、 (λ, φ) 面で定義された（以下、「連続系の」と呼ぶ）球面調和函数系で内挿して得られる関数を用いる。ここではその球面調和函数を導入する。なお、簡単のために、連続系の球面調和函数のみを陽に記す。離散系の球面調和函数は連続系の球面調和函数に格子点の座標を代入したもものから構成される。

(λ, φ) 面において、球面調和函数 $Y_n^m(\lambda, \varphi)$ は次のように定義される。

$$Y_n^m(\lambda, \varphi) \equiv P_n^m(\sin \varphi) \exp(im\lambda), \quad (2.5)$$

ただし、 m, n は $0 \leq |m| \leq n$ を満たす整数であり、 $P_n^m(\sin \varphi)$ は 2 で規格化された Legendre 函数・陪函数

$$P_n^m(\mu) \equiv \sqrt{\frac{(2n+1)(n-|m|)!}{(n+|m|)!}} \frac{(1-\mu^2)^{\frac{|m|}{2}}}{2^n n!} \frac{d^{n+|m|}}{d\mu^{n+|m|}} (\mu^2 - 1)^n, \quad (2.6)$$

$$\int_{-1}^1 P_n^m(\mu) P_{n'}^m(\mu) d\mu = 2\delta_{nn'} \quad (2.7)$$

である。なお、 P_n^0 を P_n とも書く。また $\sin \varphi = \mu$ であることを再掲しておく。

2.5.2 波数切断

波数切断は三角形切断 (T) または平行四辺形切断 (R) とする. M, N は三角形切断, 平行四辺形切断のときについてそれぞれ以下のとおりである. ただし, 切断波数を N_{tr} とする.

- 三角形切断の場合

$$M = N_{tr}, N = N_{tr}, I \geq 3N_{tr} + 1, \text{ かつ } J \geq \frac{3N_{tr} + 1}{2}.$$

自由度は, $(N_{tr} + 1)^2$ である.

- 平行四辺形切断の場合

$$M = N_{tr}, N(m) = N_{tr} + |m|, I \geq 3N_{tr} + 1, \text{ かつ } J \geq 3N_{tr} + 1.$$

自由度は, $(2N_{tr} + 1)(N_{tr} + 1)$ である.

よく用いられる値の例としては, T42 の場合 $I = 128, J = 64$, R21 の場合 $I = 64, J = 64$ がある.

球面調和函数と波数切断に関する詳細は, 別紙『球面調和函数』および『波数切断』を参照せよ.

2.5.3 離散化したスペクトルの基底の直交性

離散化した Legendre 函数と三角関数は次の直交条件を満たす⁷.

$$\sum_{j=1}^J P_n^m(\mu_j) P_{n'}^m(\mu_j) w_j = \delta_{nn'}, \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^I \exp(im\lambda_i) \exp(-im'\lambda_i) = I\delta_{mm'}. \quad (2.9)$$

ここで w_j は Gauss 荷重で, $w_j \equiv \frac{(2J-1)(1-\sin^2\varphi_j)}{\{JP_{J-1}(\sin\varphi_j)\}^2}$ である.

2.5.4 格子点値とスペクトルの係数との変換法

物理量 A の格子点 (λ_i, φ_j) (ただし $i = 1, 2, \dots, I, j = 1, 2, \dots, J$) での値 $A_{ij} = A(\lambda_i, \varphi_j)$ とスペクトル空間での Y_n^m (ただし $m = -M, \dots, M, n = |m|, \dots, N(m)$) の係数 \tilde{A}_n^m とは次の変換則に従う⁸.

⁷詳しくは別紙『球面調和函数の離散的直交関係』を参照せよ.

⁸正変換, 逆変換時の係数は consistent に与えてさえいれば問題がない.

$$A_{ij} \equiv \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^N \tilde{A}_n^m Y_n^m(\lambda_i, \varphi_j), \quad (2.10)$$

$$\tilde{A}_n^m = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j. \quad (2.11)$$

A が実数であることを用いると, $\{\tilde{A}_n^m \exp(im\lambda)\}^* = \tilde{A}_n^{-m} \exp(-im\lambda)$ なので, m については負でない整数の範囲で和をとることができる⁹. ここで, “*” は複素共役を表す. ただし, A_n^m の定義を以下のように修正していることに注意せよ.

$$A_{ij} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=m}^N \Re \tilde{A}_n^m Y_n^m(\lambda_i, \varphi_j), \quad (2.12)$$

$$\tilde{A}_n^m = \begin{cases} \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j, & m = 0, \quad m \leq n \leq N, \\ \frac{2}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J A_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j, & 1 \leq m \leq M, \quad m \leq n \leq N. \end{cases} \quad (2.13)$$

2.5.5 内挿公式

(λ, φ) 空間で定義される物理量 $A(\lambda, \varphi)$ を格子点値 A_{ij} をもとに内挿する場合には, 変換公式を用いて A_{ij} から \tilde{A}_n^m を求めた上で,

$$A(\lambda, \varphi) \equiv \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^N \tilde{A}_n^m Y_n^m(\lambda, \varphi) \quad (2.14)$$

として得る.

2.5.6 空間微分の評価

各格子点における空間微分値の評価は, 内挿公式を用いて得た連続関数の空間微分の格子点値で評価する.

- λ 微分

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)_{ij} \equiv \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^N im \tilde{f}_n^m Y_n^m(\lambda_i, \varphi_j), \quad (2.15)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)_n^m = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im f_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j. \quad (2.16)$$

⁹さらに, 実際の計算手続きとしては, $P_n^m(\sin \varphi)$ が, $n-m$ が偶数 (even) の時 $\varphi=0$ について対称, $n-m$ が奇数 (odd) の時 $\varphi=0$ について反対称であることを考慮して演算回数を減らすことができる. すなわち, A_{ij} の計算では北半球のみについて南北対称成分 A_{ij}^{even} と反対称成分 A_{ij}^{odd} についてそれぞれ計算し, 南半球については $A_{i, J-j} = A_{ij}^{even} - A_{ij}^{odd}$ とすればよい. また, A_n^m の計算においては, その対称性, 反対称性に基づいて $A_{i,j} + A_{i,J-j}$ または $A_{i,j} - A_{i,J-j}$ の一方を j について 1 から $J/2$ まで加えればよい.

- φ 微分

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)_{ij} \equiv \sum_{m=-M}^M \sum_{n=|m|}^N \tilde{f}_n^m \frac{dP_n^m}{d\varphi} \Big|_j \exp(im\lambda_i), \quad (2.17)$$

$$\widetilde{\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)}_n^m = -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J f_{ij} \frac{dP_n^m}{d\varphi} \Big|_j \exp(-im\lambda_i) w_j. \quad (2.18)$$

2.6 参考文献

Arakawa, A., Suarez, M. J., 1983: Vertical differencing of the primitive equations in sigma coordinates. *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 34–35.

気象庁予報部, 1982 : スペクトル法による数値予報 (その原理と実際) . 気象庁, 111pp.

Haltiner, G.J., Williams, R.T., 1980: *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology (2nd ed.)*. John Wiley & Sons, 477pp.

森口, 宇田川, 一松編, 1956 : 岩波数学公式 I . 岩波書店, 318pp.

森口, 宇田川, 一松編, 1960 : 岩波数学公式 III . 岩波書店, 310pp.

一松 信, 1982 : 数値解析. 朝倉書店, 163pp.

森 正武, 1984 : 数値解析法. 朝倉書店, 202pp.

寺沢寛一, 1983 : 自然科学者のための数学概論 (増訂版) . 岩波書店, 711pp.

第3章 力学過程

3.1 はじめに

この章では力学過程の支配方程式を記し、その支配方程式の離散化を行う。

ここで述べる力学過程とは、流体の支配方程式における外力項を除いた部分を指す。外力項である放射や鉛直乱流拡散や雲などに関する過程については別紙を参照のこと。

離散化については、空間に関する離散化である鉛直離散化と、水平離散化の方法ならびに時間に関する離散化を行う。

3.2 支配方程式

ここでは力学過程の支配方程式系を示す。この方程式系の詳細に関しては、Haltiner and Williams (1980) もしくは別紙の『力学過程の支配方程式系の導出』を参照せよ。

3.2.1 連続の式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} = -D - \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma}. \quad (3.1)$$

3.2.2 静水圧の式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{RT_v}{\sigma}. \quad (3.2)$$

3.2.3 運動方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial v_A}{\partial \lambda} - \frac{\partial (u_A \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + \mathcal{D}(\zeta), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial u_A}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v_A \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} - \nabla_{\sigma}^2 (\Phi + RT \bar{\pi} + KE) + \mathcal{D}(D). \quad (3.4)$$

3.2.4 熱力学の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & -\frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial(uT')}{\partial \lambda} + \frac{\partial(vT' \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + T'D \\ & - \dot{\sigma} \frac{\partial T}{\partial \sigma} + \kappa T_v \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \right) + \frac{Q}{C_p} + \mathcal{D}(T) + \mathcal{D}'(v). \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.2.5 水蒸気の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} = & -\frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial(uq)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(vq \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + qD \\ & - \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + S_q + \mathcal{D}(q). \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、独立変数は以下の通りである。

$$\varphi: \text{緯度 [deg.],} \quad (3.7)$$

$$\lambda: \text{経度 [deg.],} \quad (3.8)$$

$$\sigma \equiv p/p_s, \quad (3.9)$$

$$t: \text{時間 [s].} \quad (3.10)$$

ここで、 p は気圧、 p_s は地表面気圧である。モデルで時間発展を計算することとなる予報変数は以下の通りである。

$$\pi(\varphi, \lambda) \equiv \ln p_s, \quad (3.11)$$

$$T(\varphi, \lambda, \sigma): \text{気温 [K],} \quad (3.12)$$

$$q(\varphi, \lambda, \sigma): \text{比湿 [kg kg}^{-1}\text{],} \quad (3.13)$$

$$\zeta(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial v}{\partial \lambda} - \frac{\partial(u \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\}: \text{渦度 [s}^{-1}\text{],} \quad (3.14)$$

$$D(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial(v \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\}: \text{発散 [s}^{-1}\text{].} \quad (3.15)$$

ここで u は東西風速、 v は南北風速であり、それぞれ $(\varphi, \lambda, \sigma)$ の関数である。各時間ステップで診

断的に求められる変数は以下の通りである.

$$\Phi \equiv gz : \text{ ジオポテンシャル高度 } [\text{m}^2 \text{ s}^{-2}], \quad (3.16)$$

$$\dot{\sigma} \equiv \frac{d\sigma}{dt} \equiv \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma}, \quad (3.17)$$

$$\bar{T}(\sigma) : \text{ 水平平均気温 } [\text{K}], \quad (3.18)$$

$$T'(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv T - \bar{T}, \quad (3.19)$$

$$T_v(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv T \{1 + (\epsilon_v^{-1} - 1)q\}, \quad (3.20)$$

$$T'_v(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv T_v - \bar{T}, \quad (3.21)$$

$$u_A(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv (\zeta + f)v - \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - \frac{RT'_v}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \mathcal{F}_\lambda, \quad (3.22)$$

$$v_A(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv -(\zeta + f)u - \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} - \frac{RT'_v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi} + \mathcal{F}_\varphi, \quad (3.23)$$

$$\nabla_\sigma^2 \equiv \frac{1}{a^2 \cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{a^2 \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \quad (3.24)$$

$$KE(\varphi, \lambda, \sigma) \equiv \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (3.25)$$

$$\mathcal{D}(\zeta) : \text{ 渦度水平拡散}, \quad (3.26)$$

$$\mathcal{D}(D) : \text{ 発散水平拡散}, \quad (3.27)$$

$$\mathcal{D}(T) : \text{ 温度水平拡散}, \quad (3.28)$$

$$\mathcal{D}(q) : \text{ 比湿水平拡散}, \quad (3.29)$$

$$\mathcal{F}_\lambda(\varphi, \lambda, \sigma) : \text{ 小規模運動過程 (経度方向)}, \quad (3.30)$$

$$\mathcal{F}_\varphi(\varphi, \lambda, \sigma) : \text{ 小規模運動過程 (緯度方向)}, \quad (3.31)$$

$$Q(\varphi, \lambda, \sigma) : \text{ 放射, 凝結, 小規模運動過程等による加熱・温度変化}, \quad (3.32)$$

$$S_q(\varphi, \lambda, \sigma) : \text{ 凝結, 小規模運動過程等による水蒸気ソース}, \quad (3.33)$$

$$\mathcal{D}'(v) : \text{ 摩擦熱}. \quad (3.34)$$

各水平拡散 (3.26) ~ (3.29) に関しては 3.2.7 節で説明される. 定数は以下の通りである.

$$a : \text{ 惑星半径 } [\text{m}], \quad (3.35)$$

$$R : \text{ 乾燥大気的气体定数 } [\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}], \quad (3.36)$$

$$C_p : \text{ 乾燥大気の大気定圧比熱 } [\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}], \quad (3.37)$$

$$f : \text{ コリオリパラメータ } [\text{s}^{-1}], \quad (3.38)$$

$$\kappa \equiv R/C_p, \quad (3.39)$$

$$\epsilon_v : \text{ 水蒸気分子量比}. \quad (3.40)$$

3.2.6 境界条件

鉛直流に関する境界条件は

$$\dot{\sigma} = 0 \quad \text{at} \quad \sigma = 0, 1. \quad (3.41)$$

である。よって (3.1) から、地表気圧の時間変化式と σ 系での鉛直速度 $\dot{\sigma}$ を求める診断式

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = - \int_0^1 \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi d\sigma - \int_0^1 D d\sigma, \quad (3.42)$$

$$\dot{\sigma} = -\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} - \int_0^\sigma D d\sigma - \int_0^\sigma \mathbf{v}_H \cdot \nabla_\sigma \pi d\sigma, \quad (3.43)$$

が導かれる。

ただし熱的境界条件については別紙『地表面過程』において記述する。

3.2.7 波数依存型の水平拡散項

水平拡散項は、次のように ∇^{N_D} の形で計算する。

$$\mathcal{D}(\zeta) = -K_{HD} \left[(-1)^{N_D/2} \nabla^{N_D} - \left(\frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right] \zeta, \quad (3.44)$$

$$\mathcal{D}(D) = -K_{HD} \left[(-1)^{N_D/2} \nabla^{N_D} - \left(\frac{2}{a^2} \right)^{N_D/2} \right] D, \quad (3.45)$$

$$\mathcal{D}(T) = -(-1)^{N_D/2} K_{HD} \nabla^{N_D} T, \quad (3.46)$$

$$\mathcal{D}(q) = -(-1)^{N_D/2} K_{HD} \nabla^{N_D} q. \quad (3.47)$$

この水平拡散項は計算の安定化のための意味合いが強い。小さなスケールに選択的な水平拡散を表すため、 N_D としては、4~16 を用いる。

3.3 鉛直離散化

ここでは支配方程式を鉛直方向に離散化する。Arakawa and Suarez(1983) に従って、(3.1) ~ (3.6) を鉛直方向に差分によって離散化する。各方程式の離散化表現は次のようになる。

3.3.1 連続の式, 鉛直速度

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = - \sum_{k=1}^K (D_k + \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_k, \quad (3.48)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2} = -\sigma_{k-1/2} \frac{\partial \pi}{\partial t} - \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l, \quad (3.49)$$

$$\dot{\sigma}_{1/2} = \dot{\sigma}_{K+1/2} = 0. \quad (3.50)$$

ここで、

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \pi = \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \varphi}. \quad (3.51)$$

3.3.2 静水圧の式

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_s + C_p(\sigma_1^{-\kappa} - 1)T_{v,1} \\ &= \Phi_s + C_p\alpha_1 T_{v,1}.\end{aligned}\quad (3.52)$$

$$\begin{aligned}\Phi_k - \Phi_{k-1} &= C_p \left[\left(\frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \right] T_{v,k} + C_p \left[1 - \left(\frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right] T_{v,k-1} \\ &= C_p\alpha_k T_{v,k} + C_p\beta_{k-1} T_{v,k-1}.\end{aligned}\quad (3.53)$$

ここで,

$$\alpha_k = \left(\frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1, \quad (3.54)$$

$$\beta_k = 1 - \left(\frac{\sigma_{k+1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa. \quad (3.55)$$

3.3.3 運動方程式

$$\frac{\partial \zeta_k}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial v_{A,k}}{\partial \lambda} - \frac{\partial (u_{A,k} \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + \mathcal{D}(\zeta_k), \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial u_{A,k}}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v_{A,k} \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} - \nabla_\sigma^2 (\Phi_k + C_p \hat{\kappa}_k \bar{T}_k \pi + (KE)_k) + \mathcal{D}(D_k). \quad (3.57)$$

ここで,

$$\begin{aligned}u_{A,k} &= (\zeta_k + f)v_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(u_{k-1} - u_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(u_k - u_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a \cos \varphi} \frac{\partial \pi}{\partial \lambda} + \mathcal{F}_{\lambda,k},\end{aligned}\quad (3.58)$$

$$\begin{aligned}v_{A,k} &= -(\zeta_k + f)u_k - \frac{1}{2\Delta\sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(v_{k-1} - v_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(v_k - v_{k+1})] \\ &\quad - \frac{C_p \hat{\kappa}_k T'_{v,k}}{a} \frac{\partial \pi}{\partial \mu} + \mathcal{F}_{\varphi,k},\end{aligned}\quad (3.59)$$

$$\begin{aligned}\hat{\kappa}_k &= \frac{\sigma_{k-1/2}(\sigma_{k-1/2}^\kappa - \sigma_k^\kappa) + \sigma_{k+1/2}(\sigma_k^\kappa - \sigma_{k+1/2}^\kappa)}{\sigma_k^\kappa(\sigma_{k-1/2} - \sigma_{k+1/2})} \\ &= \frac{\sigma_{k-1/2}\alpha_k + \sigma_{k+1/2}\beta_k}{\Delta\sigma_k},\end{aligned}\quad (3.60)$$

$$T_{v,k} = T_k - \bar{T}_k, \quad (3.61)$$

$$(KE)_k = \frac{v_k^2 + v_k'^2}{2}. \quad (3.62)$$

3.3.4 熱力学の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_k}{\partial t} = & -\frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial(u_k T'_k)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(v_k T'_k \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + \hat{H}_k \\ & + \frac{Q_k}{C_p} + \mathcal{D}(T_k) + \mathcal{D}'(\mathbf{v}). \end{aligned} \quad (3.63)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \hat{H}_k \equiv & T'_k D_k - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(\hat{T}_{k-1/2} - T_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(T_k - \hat{T}_{k+1/2})] \\ & + \left\{ \alpha_k \left[\sigma_{k-1/2} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi - \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l \right] \right. \\ & + \left. \beta_k \left[\sigma_{k+1/2} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi - \sum_{l=k+1}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l \right] \right\} \frac{1}{\Delta \sigma_k} T_{v,k} \\ = & T'_k D_k - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(\hat{T}_{k-1/2} - T_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(T_k - \hat{T}_{k+1/2})] \\ & + \hat{\kappa}_k \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi T_{v,k} \\ & - \alpha_k \sum_{l=k}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l \frac{T_{v,k}}{\Delta \sigma_k} \\ & - \beta_k \sum_{l=k+1}^K (D_l + \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi) \Delta \sigma_l \frac{T_{v,k}}{\Delta \sigma_k}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{k-1/2} = & \frac{\left[\left(\frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_k} \right)^\kappa - 1 \right] \sigma_{k-1}^\kappa T_k + \left[1 - \left(\frac{\sigma_{k-1/2}}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right] \sigma_k^\kappa T_{k-1}}{\sigma_{k-1}^\kappa - \sigma_k^\kappa} \\ = & a_k T_k + b_{k-1} T_{k-1}, \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$a_k = \alpha_k \left[1 - \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_{k-1}} \right)^\kappa \right]^{-1}, \quad (3.66)$$

$$b_k = \beta_k \left[\left(\frac{\sigma_k}{\sigma_{k+1}} \right)^\kappa - 1 \right]^{-1}. \quad (3.67)$$

3.3.5 水蒸気の式

$$\frac{\partial q_k}{\partial t} = -\frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial(u_k q_k)}{\partial \lambda} + \frac{\partial(v_k q_k \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} + R_k + S_{q,k} + \mathcal{D}(q_k). \quad (3.68)$$

ここで,

$$R_k = q_k D_k - \frac{1}{2 \Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}(q_{k-1} - q_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}(q_k - q_{k+1})]. \quad (3.69)$$

3.4 水平離散化

ここでは支配方程式を水平離散化する。水平方向の離散化はスペクトル変換法を用いる (Bourke, 1988)。経度、緯度に関する微分の項は直交関数展開によって評価し、一方、非線型項は格子点上で計算する。各方程式のスペクトル表現は以下ようになる。詳しくは、別紙『座標系・変換公式』を参照せよ。

3.4.1 連続の式

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_n^m}{\partial t} = - \sum_{k=1}^K (\tilde{D}_n^m)_k \Delta \sigma_k + \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J Z_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \mu_j) w_j. \quad (3.70)$$

ここで、

$$Z \equiv - \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi. \quad (3.71)$$

3.4.2 運動方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\zeta}_n^m}{\partial t} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(v_A)_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\ &+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (u_A)_{ij} \cos \varphi_j \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\ &+ \tilde{D}_{M,n}^m \tilde{\zeta}_n^m, \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{D}_n^m}{\partial t} &= \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J im(u_A)_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\ &- \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (v_A)_{ij} \cos \varphi_j \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\ &- \frac{n(n+1)}{a^2} \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (KE)_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j \\ &+ \frac{n(n+1)}{a^2} (\Phi_n^m + C_p \hat{\kappa}_k \bar{T}_k \pi_n^m) + \tilde{D}_{M,n}^m \tilde{D}_n^m. \end{aligned} \quad (3.73)$$

ここで、

$$\tilde{D}_{M,n}^m = -K_{HD} \left[\left(\frac{-n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2} - \left(\frac{2}{a} \right)^{N_D} \right]. \quad (3.74)$$

3.4.3 熱力学の式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{T}_n^m}{\partial t} &= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J imu_{ij} T'_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{ij} T'_{ij} \cos \varphi_j \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\hat{H}_{ij} + \frac{Q_{ij}}{C_p} \right) Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j \\
&+ \tilde{\mathcal{D}}_{H,n}^m \tilde{T}_n^m \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \mathcal{D}'_{ij}(\mathbf{v}) Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j.
\end{aligned} \tag{3.75}$$

ここで,

$$\tilde{\mathcal{D}}_{H,n}^m = -K_{HD} \left(\frac{-n(n+1)}{a^2} \right)^{N_D/2}. \tag{3.76}$$

3.4.4 水蒸気の式

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{q}_n^m}{\partial t} &= -\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J imu_{ij} q_{ij} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{ij} q_{ij} \cos \varphi_j \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) \frac{w_j}{a \cos \varphi_j} \\
&+ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left(\hat{R}_{ij} + S_{q,ij} \right) Y_n^{m*}(\lambda_i, \varphi_j) w_j \\
&+ \tilde{\mathcal{D}}_{H,n}^m \tilde{q}_n^m.
\end{aligned} \tag{3.77}$$

3.5 時間積分

ここでは時間積分スキームについて記す.

時間差分スキームは基本的に leap frog である. ただし, 拡散項および物理過程の項は後方差分もしくは前方差分とする. 計算モードを抑えるために時間フィルター (Asselin, 1972) を用いる. さらに Δt を大きくとるために, 重力波の項に semi-implicit の手法を適用する (Bourke, 1988).

3.5.1 leap frog による時間積分と時間フィルター

移流項等の時間積分スキームとして leap frog を用いる. 水平拡散項には $2\Delta t$ の後方差分を使用する. 物理過程の項 ($\mathcal{F}_\lambda, \mathcal{F}_\varphi, Q, S_q$) には $2\Delta t$ の前方差分を使用する. ただし, 鉛直拡散の時間変化項の計算に関しては後方差分的な取扱いをする. また, 対流・凝結過程に関しては一度それらを考慮せずに時間積分して, その後で場を修正するという形式をとる (adjustment). 摩擦熱の項も補正として扱う.

各予報変数の総体を \mathcal{A} と表すと,

$$\hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t} = \bar{\mathcal{A}}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \dot{\mathcal{A}}_{adv}(\mathcal{A}^t) + 2\Delta t \dot{\mathcal{A}}_{dif}(\hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t}) + 2\Delta t \dot{\mathcal{A}}_{phy}(\bar{\mathcal{A}}^{t-\Delta t}). \quad (3.78)$$

$\dot{\mathcal{A}}_{adv}$ は移流項等, $\dot{\mathcal{A}}_{dif}$ は水平拡散項, $\dot{\mathcal{A}}_{phy}$ は物理過程等による項である.

$\hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t}$ には, 摩擦熱 ($\dot{\mathcal{A}}_{dis}$) および対流・凝結過程 ($\dot{\mathcal{A}}_{cnd}$) の補正が加えられ, $\mathcal{A}^{t+\Delta t}$ となる.

$$\mathcal{A}^{t+\Delta t} = \hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t} + 2\Delta t \dot{\mathcal{A}}_{dis}(\hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t}) + 2\Delta t \dot{\mathcal{A}}_{cnd}(\hat{\mathcal{A}}^{t+\Delta t}). \quad (3.79)$$

leap frog における計算モードの除去のために Asselin(1972) の時間フィルターを毎ステップ適用する. すなわち,

$$\bar{\mathcal{A}}^t = (1 - 2\epsilon_f)\mathcal{A}^t + \epsilon_f(\bar{\mathcal{A}}^{t-\Delta t} + \mathcal{A}^{t+\Delta t}) \quad (3.80)$$

と $\bar{\mathcal{A}}$ を求める. ϵ_f はフィルターの係数であり, 標準的な値である 0.05 を使用する.

3.5.2 semi-implicit 時間積分

方程式系において, $T = \bar{T}_k$ であるような静止場を基本場とする線型重力波項とそれ以外の項に分離する. 後者には非重力波項 (Non Gravity wave terms) として添字 NG を付ける. 鉛直方向のベクトル表現 $\mathbf{D} = \{D_k\}$, $\mathbf{T} = \{T_k\}$ を用いて,

$$\frac{\partial \pi}{\partial t} = \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{D}, \quad (3.81)$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \nabla_\sigma^2 (\Phi_S + \mathbf{W}\mathbf{T} + \mathbf{G}\pi) + \mathcal{D}_M \mathbf{D}, \quad (3.82)$$

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} = \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \underline{h}\mathbf{D} + \mathcal{D}_H \mathbf{T}. \quad (3.83)$$

ここで, 非重力波項は,

$$\left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{\text{NG}} = - \sum_{k=1}^K \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_k = Z_k, \quad (3.84)$$

$$\dot{\sigma}_{k-1/2}^{\text{NG}} = -\sigma_{k-1/2} \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right)^{\text{NG}} - \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l, \quad (3.85)$$

$$\left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)^{\text{NG}} = \frac{1}{a \cos \varphi} \left\{ \frac{\partial u_{A,k}}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v_{A,k} \cos \varphi)}{\partial \varphi} \right\} - \nabla_{\sigma}^2 (KE)_k - \nabla_{\sigma}^2 \sum_{k=1}^K W_{kl} (T_{v,l} - T_l) + \mathcal{D}(D_k), \quad (3.86)$$

$$\left(\frac{\partial T_k}{\partial t} \right)^{\text{NG}} = -\frac{1}{a(1-\mu^2)} \frac{\partial U_k T'_k}{\partial \lambda} - \frac{1}{a} \frac{\partial V_k T'_k}{\partial \mu} + H_k + \mathcal{D}(T_k) + \mathcal{D}'(\mathbf{v}), \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} H_k &= T'_k D_k \\ &\quad - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2} (\hat{T}'_{k-1/2} - T'_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2} (T'_k - \hat{T}'_{k+1/2})] \\ &\quad - \frac{1}{\Delta \sigma_k} [\dot{\sigma}_{k-1/2}^{\text{NG}} (\hat{\bar{T}}_{k-1/2} - \bar{T}_k) + \dot{\sigma}_{k+1/2}^{\text{NG}} (\bar{T}_k - \hat{\bar{T}}_{k+1/2})] \\ &\quad + \hat{\kappa}_k T_{v,k} \mathbf{v}_k \cdot \nabla \pi \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta \sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta \sigma_k} T_{v,k} \sum_{l=k+1}^K \mathbf{v}_l \cdot \nabla \pi \Delta \sigma_l \\ &\quad - \frac{\alpha_k}{\Delta \sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k}^K D_l \Delta \sigma_l - \frac{\beta_k}{\Delta \sigma_k} T'_{v,k} \sum_{l=k+1}^K D_l \Delta \sigma_l. \end{aligned} \quad (3.88)$$

また、重力波項のベクトルおよび行列（下線で表示）は、

$$C_k = \Delta \sigma_k, \quad (3.89)$$

$$W_{kl} = C_p \alpha_l \delta_{k \geq l} + C_p \beta_l \delta_{k-1 \geq l}, \quad (3.90)$$

$$G_k = \hat{\kappa}_k C_p \bar{T}_k, \quad (3.91)$$

$$\underline{h} = \underline{QS} - \underline{R}, \quad (3.92)$$

$$Q_{kl} = \frac{1}{\Delta \sigma_k} (\hat{\bar{T}}_{k-1/2} - \bar{T}_k) \delta_{k=l} + \frac{1}{\Delta \sigma_k} (\bar{T}_k - \hat{\bar{T}}_{k+1/2}) \delta_{k+1=l}, \quad (3.93)$$

$$S_{kl} = \sigma_{k-1/2} \Delta \sigma_l - \Delta \sigma_l \delta_{k \leq l}, \quad (3.94)$$

$$R_{kl} = - \left(\frac{\alpha_k}{\Delta \sigma_k} \Delta \sigma_l \delta_{k \leq l} + \frac{\beta_k}{\Delta \sigma_k} \Delta \sigma_l \delta_{k+1 \leq l} \right) \bar{T}_k. \quad (3.95)$$

ここで、例えば $\delta_{k \leq l}$ は、 $k \leq l$ が成り立つとき 1、そうでないとき 0 となる関数である。

以下では、次のような表現を使用する。

$$\delta_t \mathcal{A} \equiv \frac{1}{2\Delta t} (\mathcal{A}^{t+\Delta t} - \mathcal{A}^{t-\Delta t}), \quad (3.96)$$

$$\bar{\mathcal{A}}^t \equiv \frac{1}{2} (\mathcal{A}^{t+\Delta t} + \mathcal{A}^{t-\Delta t}) = \mathcal{A}^{t-\Delta t} + \delta_t \mathcal{A} \Delta t. \quad (3.97)$$

方程式系に semi-implicit 法を適用すると、

$$\delta_t \pi = \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{D}}^t, \quad (3.98)$$

$$\delta_t \mathbf{D} = \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \nabla_\sigma^2 (\Phi_S + \underline{W} \bar{\mathbf{T}}^t + \mathbf{G} \bar{\pi}^t) + \mathcal{D}_M (\mathbf{D}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \delta_t \mathbf{D}), \quad (3.99)$$

$$\delta_t \mathbf{T} = \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} - \underline{h} \bar{\mathbf{D}}^t + \mathcal{D}_H (\mathbf{T}^{t-\Delta t} + 2\Delta t \delta_t \mathbf{T}). \quad (3.100)$$

(3.98), (3.99), (3.100) より,

$$\begin{aligned} & \{ (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 - 2\Delta t \mathcal{D}_M) \underline{I} - (\Delta t)^2 (\underline{W} \underline{h} + \mathbf{G} \mathbf{C}^T) \nabla_\sigma^2 \} \bar{\mathbf{D}}^t \\ &= (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H)(1 - \Delta t \mathcal{D}_M) \mathbf{D}^{t-\Delta t} + (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} \\ & - \Delta t \nabla_\sigma^2 \left\{ (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \Phi_S + \underline{W} \left[(1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \mathbf{T}^{t-\Delta t} + \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right)_{\text{NG}} \right] \right. \\ & \left. + (1 - 2\Delta t \mathcal{D}_H) \mathbf{G} \left[\pi^{t-\Delta t} + \Delta t \left(\frac{\partial \pi}{\partial t} \right)_{\text{NG}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.101)$$

球面調和関数展開を用いているので,

$$\nabla_\sigma^2 = -\frac{n(n+1)}{a^2} \quad (3.102)$$

であり, (3.101) を $\bar{\mathbf{D}}_n^{m,t}$ について解くことができる. その後,

$$D^{t+\Delta t} = 2\bar{\mathbf{D}}^t - D^{t-\Delta t} \quad (3.103)$$

および, (3.98), (3.100) により $t + \Delta t$ における値 $\hat{A}^{t+\Delta t}$ が求められる.

3.6 参考文献

- Arakawa, A., Suarez, M. J., 1983: Vertical differencing of the primitive equations in sigma coordinates. *Mon. Wea. Rev.*, **111**, 34–35.
- Asselin, R. A., 1972: Frequency filter for time integrations. *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 487–490.
- Bourke, W.P., 1988: Spectral methods in global climate and weather prediction models. *Physically-Based Modelling and Simulation of Climates and Climatic Change. Part I.*, M.E. Schlesinger (ed.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 169–220.
- Haltiner, G.J., Williams, R.T., 1980: *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology (2nd ed.)*. John Wiley & Sons, 477pp.
- 石岡 圭一, 2004: スペクトル法による数値計算入門. 東京大学出版会, 232pp.

第4章 積雲パラメタリゼーション

4.1 はじめに

大気大循環モデルにおいては積雲を様に表現するだけの分解能を持たないので、雲の発生する条件並びに雲が大気大循環に与える影響については何らかの方法で評価せざるを得ない。雲が発生する条件および雲が大気大循環に与える影響のうちの熱・運動量輸送効果については¹、大規模場の速度や熱力学的諸量から評価することが多い。この評価方法は一般に積雲パラメタリゼーションと呼ばれ、特に以下の型のものが良く用いられる。

- 湿潤対流調節 (Manabe *et al.*, 1965)
- クオスキーム (Kuo, 1974) ²
- 浅い積雲³
- 荒川シューバートスキーム⁴

また、そもそも大気が過飽和状態にあれば降水が起こる。これを大規模凝結という。これについては別紙『大規模凝結』を参照のこと。

以下では dcpam4 に実装されている各種パラメタリゼーションについて解説する。

4.2 湿潤対流調節

4.2.1 はじめに

連続した 2 つのレベルの間の層において、次の条件が満たされる場合に調節を行う。

1. 温度減率が湿潤断熱減率よりも大きい。
2. 飽和もしくは過飽和。

¹雲が大気大循環に与える他の効果として放射が知られる。

²dcpam4 には今後実装の予定。

³dcpam4 には今後実装の予定。

⁴dcpam4 には実装されていない。

4.2.2 水蒸気が少ないという近似を行う場合

上記の条件 (1) に関して, エントロピー S の高度変化に関する条件

$$\frac{dS}{dz} < 0 \quad (4.1)$$

を, 「水蒸気が少ない」という近似を用いて書きかえると

$$\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{RT}{C_p p} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial z} < 0 \quad (4.2)$$

となる. ここで, C_p は乾燥大気の定圧比熱, L は潜熱, q^* は飽和比湿である.

上記の条件 (2) はそのまま用いる.

これらを用いて温度と比湿を調節するのがこのモデルでのデフォルトの湿潤対流調節スキームである. 以下, スキームの定式化の説明を行う⁵.

4.2.3 温度と比湿の調節量の計算方法

比湿と温度を, (\hat{q}, \hat{T}) から (q, T) へ調節するものとする.

条件式は以下の通りである.

$$q_{k-1} = q^*(T_{k-1}, p_{k-1}), \quad (4.3)$$

$$q_k = q^*(T_k, p_k), \quad (4.4)$$

$$T_{k-1} - T_k + \frac{L}{C_p} \{q^*(T_{k-1}, p_{k-1}) - q^*(T_k, p_k)\} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{T_{k-1} + T_k}{2} = 0, \quad (4.5)$$

$$(C_p T_k + L q_k) \Delta p_k + (C_p T_{k-1} + L q_{k-1}) \Delta p_{k-1} = (C_p \hat{T}_k + L \hat{q}_k) \Delta p_k + (C_p \hat{T}_{k-1} + L \hat{q}_{k-1}) \Delta p_{k-1}. \quad (4.6)$$

解は以下のようなになる.

- q_k, q_{k-1} ($q \ll 1$ は使っていない)

比湿に関しては, 過飽和の場合には以下のように飽和状態に調節する.

$$q_k = q^*(\hat{T}_k, p_k) + \left. \frac{\partial q^*}{\partial T} \right|_{\hat{T}_k} \Delta T_k, \quad (4.7)$$

$$q_{k-1} = q^*(\hat{T}_{k-1}, p_{k-1}) + \left. \frac{\partial q^*}{\partial T} \right|_{\hat{T}_{k-1}} \Delta T_{k-1}. \quad (4.8)$$

ここで,

$$\Delta T_k = T_k - \hat{T}_k, \quad (4.9)$$

$$\Delta T_{k-1} = T_{k-1} - \hat{T}_{k-1} \quad (4.10)$$

である. これらの導出に関しては以下を参照のこと.

⁵以下は差分法と混ざった話になってしまっているので, あとで連続系の話と離散系の話とに分ける必要がある.

- ΔT_{k-1} ($q \ll 1$ は使っていない)

(4.6), (4.7), (4.8) より,

$$\begin{aligned}
(C_p T_{k-1} + L q_{k-1}) \Delta p_{k-1} - (C_p \hat{T}_{k-1} + L \hat{q}_{k-1}) \Delta p_{k-1} &= -(C_p T_k + L q_k) \Delta p_k + (C_p \hat{T}_k + L \hat{q}_k) \Delta p_k, \\
\left\{ \Delta T_{k-1} + \frac{L}{C_p} (q_{k-1} - \hat{q}_{k-1}) \right\} \Delta p_{k-1} &= - \left\{ \Delta T_k + \frac{L}{C_p} (q_k - \hat{q}_k) \right\} \Delta p_k, \\
\left[\Delta T_{k-1} + \frac{L}{C_p} \left\{ q^*(\hat{T}_{k-1}) + \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_{k-1} \Delta T_{k-1} - \hat{q}_{k-1} \right\} \right] \Delta p_{k-1} \\
&= - \left[\Delta T_k + \frac{L}{C_p} \left\{ q^*(T_k) + \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_k \Delta T_k - \hat{q}_k \right\} \right] \Delta p_k, \\
\left\{ 1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_{k-1} \right\} \Delta T_{k-1} \Delta p_{k-1} + \frac{L}{C_p} \left\{ q^*(\hat{T}_{k-1}) - \hat{q}_{k-1} \right\} \Delta p_{k-1} \\
&= - \left[1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_k \right] \Delta T_k \Delta p_k - \frac{L}{C_p} \left\{ q^*(\hat{T}_k) - \hat{q}_k \right\} \Delta p_k
\end{aligned} \tag{4.11}$$

である。ここで

$$\gamma_k \equiv \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_k \tag{4.12}$$

とおくと,

$$\begin{aligned}
\{1 + \gamma_{k-1}\} \Delta T_{k-1} \Delta p_{k-1} \\
= -(1 + \gamma_k) \Delta T_k \Delta p_k + \frac{L}{C_p} \left[\left\{ \hat{q}_{k-1} - q^*(\hat{T}_{k-1}) \right\} \Delta p_{k-1} + \left\{ \hat{q}_k - q^*(\hat{T}_k) \right\} \Delta p_k \right]
\end{aligned} \tag{4.13}$$

となる。ここで,

$$\Delta \hat{Q} \equiv \left\{ \hat{q}_{k-1} - q^*(\hat{T}_{k-1}) \right\} \Delta p_{k-1} + \left\{ \hat{q}_k - q^*(\hat{T}_k) \right\} \Delta p_k \tag{4.14}$$

とおき, ΔT_{k-1} について解けば,

$$\begin{aligned}
\{1 + \gamma_{k-1}\} \Delta T_{k-1} \Delta p_{k-1} &= -(1 + \gamma_k) \Delta T_k \Delta p_k + \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q}, \\
\Delta T_{k-1} &= -\frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}} \Delta T_k + \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

となる。 ΔT_k の導出については以下を参照のこと。

- ΔT_k

(4.5), (4.7), (4.8), (4.9), (4.10) より,

$$\begin{aligned}
& T_{k-1} - T_k + \frac{L}{C_p} \{q^*(T_{k-1}, p_{k-1}) - q^*(T_k, p_k)\} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{T_{k-1} + T_k}{2} = 0, \\
& \hat{T}_{k-1} + \Delta T_{k-1} - (\hat{T}_k + \Delta T_k) + \frac{L}{C_p} \left\{ q^*(\hat{T}_{k-1}) + \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_{k-1} \Delta T_{k-1} - q^*(\hat{T}_k) - \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_k \Delta T_k \right\} \\
& \quad - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{\hat{T}_{k-1} + \Delta T_{k-1} + \hat{T}_k + \Delta T_k}{2} = 0, \\
& \hat{T}_{k-1} - \hat{T}_k + \frac{L}{C_p} \{q^*(\hat{T}_{k-1}) - q^*(\hat{T}_k)\} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{\hat{T}_{k-1} + \hat{T}_k}{2} \\
& \quad + \Delta T_{k-1} - \Delta T_k + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_{k-1} \Delta T_{k-1} - \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \Big|_k \Delta T_k - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{\Delta T_{k-1} + \Delta T_k}{2} = 0.
\end{aligned} \tag{4.16}$$

ここで,

$$S_{k-1/2} \equiv \hat{T}_{k-1} - \hat{T}_k + \frac{L}{C_p} \{q^*(\hat{T}_{k-1}) - q^*(\hat{T}_k)\} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{p_{k-1/2}} \frac{\hat{T}_{k-1} + \hat{T}_k}{2} \tag{4.17}$$

とおく. すると湿潤不安定の条件は

$$S_{k-1/2} > 0 \tag{4.18}$$

で表される. (4.17) を用いて (4.16) を変形すると,

$$\begin{aligned}
& \Delta T_{k-1} - \Delta T_k + \gamma_{k-1} \Delta T_{k-1} - \gamma_k \Delta T_k - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \Delta T_{k-1} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \Delta T_k = -S_{k-1/2}, \\
& \left(-1 - \gamma_k - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \Delta T_k + \left(1 + \gamma_{k-1} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \Delta T_{k-1} = -S_{k-1/2} \tag{4.19}
\end{aligned}$$

となる. ここで (4.15) を用いると,

$$\begin{aligned}
& \left(-1 - \gamma_k - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \Delta T_k \\
& \quad + \left(1 + \gamma_{k-1} - \frac{R}{C_p} \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \left(-\frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}} \Delta T_k + \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}} \right) \\
& \quad = -S_{k-1/2} \tag{4.20}
\end{aligned}$$

$\kappa = R/C_p$ を使うと⁶,

$$\begin{aligned}
& \left(-1 - \gamma_k - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \Delta T_k \\
& \quad + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \left(-\frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}} \Delta T_k + \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}} \right) \\
& \quad = -S_{k-1/2} \tag{4.21}
\end{aligned}$$

となる. ΔT_k に関する項を左辺にまとめると,

$$\begin{aligned}
& \left[\left(-1 - \gamma_k \right) - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \left(-\frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}} \right) \right] \Delta T_k \\
& \quad = -S_{k-1/2} - \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \right) \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}} \tag{4.22}
\end{aligned}$$

⁶ もっと前から使うべき?? (コードとの対応によっては κ を使わない方がよいのかも)

となる. ΔT_k について解くと,

$$\begin{aligned}
& \Delta T_k \\
&= \frac{-S_{k-1/2} - \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}}}{(-1 - \gamma_k) - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \left(-\frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}}\right)} \\
&= \frac{S_{k-1/2} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \frac{1}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q} \frac{1}{\Delta p_{k-1}}}{(1 + \gamma_k) + \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \frac{1 + \gamma_k}{1 + \gamma_{k-1}} \frac{\Delta p_k}{\Delta p_{k-1}}} \\
&= \frac{(1 + \gamma_{k-1}) \Delta p_{k-1} S_{k-1/2} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q}}{(1 + \gamma_k)(1 + \gamma_{k-1}) \Delta p_{k-1} + \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} (1 + \gamma_{k-1}) \Delta p_{k-1} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) (1 + \gamma_k) \Delta p_k} \\
&= \frac{(1 + \gamma_{k-1}) \Delta p_{k-1} S_{k-1/2} + \left(1 + \gamma_{k-1} - \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}}\right) \frac{L}{C_p} \Delta \hat{Q}}{(1 + \gamma_k)(1 + \gamma_{k-1})(\Delta p_{k-1} + \Delta p_k) + \kappa \frac{\Delta p_{k-1/2}}{2p_{k-1/2}} \{(1 + \gamma_{k-1}) \Delta p_{k-1} - (1 + \gamma_k) \Delta p_k\}}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

が得られる.

4.3 Kuo スキーム

Kuo スキームにおいては, 雲底 k_B と雲頂 k_T の間で,

$$T_k = \hat{T}_k + \frac{L}{C_p} (1 - b) I \frac{(T_k^c - T_k)}{\sum_{k=k_B}^{k_T} (T_k^c - T_k) \frac{\Delta p_k}{g}} \tag{4.24}$$

$$q_k = \hat{q}_k^{t-\Delta t} + b I \frac{(q_k^c - q_k)}{\sum_{k=k_B}^{k_T} (q_k^c - q_k) \frac{\Delta p_k}{g}} \tag{4.25}$$

ここで, I は, $t - \Delta t$ から $t + \Delta t$ の間の雲底雲頂間の水蒸気収束量であり,

$$I = \sum_{k=k_B}^{k_T} (\hat{q}_k - \hat{q}_k^{t-\Delta t}) \frac{\Delta p_k}{g}. \tag{4.26}$$

T_k^c, q_k^c は雲内の温度, 比湿であり後述する.

b は水蒸気収束を凝結加熱と加湿に分配するパラメータであり, Anthes(1977) に従って,

$$b = \begin{cases} \left(\frac{1 - \langle \text{RH} \rangle}{1 - \text{RH}_c}\right)^n & \langle \text{RH} \rangle \geq \text{RH}_c \\ 1 & \langle \text{RH} \rangle < \text{RH}_c \end{cases} \tag{4.27}$$

と評価する. $\text{RH} \equiv \hat{q}/q^*(\hat{T}, p)$ は相対湿度であり,

$$\langle \text{RH} \rangle = \frac{\sum_{k=k_B}^{k_T} \hat{q} \frac{\Delta p_k}{g}}{\sum_{k=k_B}^{k_T} q^*(\hat{T}, p) \frac{\Delta p_k}{g}}. \quad (4.28)$$

雲底 k_B は, 地表の気塊を断熱的に持ち上げたときに凝結しはじめる高度 (LCL; 持ち上げ凝結高度) より上で成層が湿潤不安定であるもっとも下のレベルであるとする. レベル k で (T_k^a, q_k^a) である気塊の $k+1$ への断熱的な気塊の持ち上げによる (T_{k+1}^a, q_{k+1}^a) への変化は,

$$T_{k+1}^a = T_k^a \left(\frac{p_{k+1}}{p_k} \right)^\kappa \quad (4.29)$$

$$q_{k+1}^a = q_k^a \quad (4.30)$$

となる. このとき,

$$q_{k+1}^a > q^*(T_{k+1}^a, p_{k+1}) \quad (4.31)$$

であれば, 過飽和凝結が起こり,

$$T_{k+1}^a \leftarrow T_{k+1}^a + \frac{L}{C_p} \frac{q_{k+1}^a - q^*(T_{k+1}^a, p_{k+1})}{1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T}} \quad (4.32)$$

$$q_{k+1}^a \leftarrow q_{k+1}^a - \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \frac{q_{k+1}^a - q^*(T_{k+1}^a, p_{k+1})}{1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T}}, \quad (4.33)$$

となる.

まず, $T_1^a = \hat{T}_1, q_1^a = \hat{q}_1$ から出発して逐次このような持ち上げ操作を行ない, はじめて凝結が起きたレベルを LCL とする. 成層が湿潤不安定であるかどうかは, $T_k^a = \hat{T}_k, q_k^a = q^*(\hat{T}_k, p_k)$ から出発して, T_{k+1}^a, q_{k+1}^a を求めたとき,

$$T_{k+1}^a > \hat{T}_{k+1} \quad (4.34)$$

となるかどうかによって判断する.

雲内の温度, 比湿 T_k^c, q_k^c は雲底 k_B で $T_{k_B}^a = \hat{T}_{k_B}, q_{k_B}^a = q^*(\hat{T}_{k_B}, p_{k_B})$ から出発して断熱的に持ち上げた気塊の温度, 比湿 $T_k^c = T_k^a, q_k^c = q_k^a$ とする. $q_k^c = q^*(T_k^c, p_k)$ である. 雲頂 k_T は, 雲底よりも上でこのようにきめた雲内の温度が周辺よりも低くなる, すなわち,

$$T_k^c < \hat{T}_k \quad (4.35)$$

となるような一番下のレベルである.

降水量 P は,

$$P = (1 - b)I. \quad (4.36)$$

である.

4.4 浅い積雲

4.5 荒川シューバートスキーム

4.6 参考文献

Kuo, H.L., 1974: Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection of large-scale flow. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 1232–1240.

Manabe, S., Smagorinsky, J., Strickler, R.F., 1965: Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle. *Mon. Weather Rev.*, **93**, 769–798.

第 5 章 大規模凝結

5.1 大規模凝結

各格子点において、比湿が飽和比湿よりも大きい場合には、大規模凝結が起こって飽和状態に調節される。凝結した水は速やかに降水となって落下し、雨水の蒸発は考えない。この大規模凝結は、時間積分の後、調節として積雲対流のパラメタリゼーションに引き続いて行なわれる。

大規模凝結の起こる条件は、

$$\hat{q} > q^*(\hat{T}, p) \quad (5.1)$$

である。ここで、 \hat{T}, \hat{q} は時間積分してまだ調節の完全に済んでいない温度、比湿である。

調節は、

$$q = q^*(T, p) \quad (5.2)$$

を満たし、かつ

$$C_p T + Lq = C_p \hat{T} + L\hat{q} \quad (5.3)$$

となるように行なう。

Newton 法によって、

$$T = \hat{T} + \frac{L}{C_p} \frac{\hat{q} - q^*(\hat{T}, p)}{1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T}} \quad (5.4)$$

$$q = \hat{q} - \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T} \frac{\hat{q} - q^*(\hat{T}, p)}{1 + \frac{L}{C_p} \frac{\partial q^*}{\partial T}}. \quad (5.5)$$

また、このときの降水量 P は、

$$P = \frac{\Delta p}{g} (\hat{q} - q). \quad (5.6)$$

標準的には、これで求められた T, q を \hat{T}, \hat{q} と読み換え、さらに 2 回の逐次近似を行なう。

第6章 放射

6.1 はじめに

放射過程としては太陽から射出された短波放射と地球において射出された長波放射とに分けてとり扱う。

6.2 入射放射

この節では大気上端における中心星 (太陽系惑星の場合は太陽) からの入射放射を与える式についての解説をおこなう。

6.2.1 入射フラックス分布

大気上端における入射放射フラックスの分布の式を書きください。

入射フラックス F_S^I は、太陽定数を S_0 、太陽地球間の距離の、その時間平均値との比を r_S 、入射角を ζ とすると、

$$F_S^I(\lambda, \varphi) = -S_0 r_S^{-2} \cos \zeta. \quad (6.1)$$

ζ は次の式で与えられる。

$$\cos \zeta = \cos \varphi \cos \delta_S \cos H + \sin \varphi \sin \delta_S \quad (6.2)$$

δ_S は太陽の赤経、 H は時角 (地方時から π を引いたもの) である。

6.2.2 年平均日射の場合

年平均入射量および年平均入射角は、近似的に、次のようになる。

$$\overline{F_S^I}(\varphi) \simeq -S_0 (A_{ins} + B_{ins} \cos^2 \varphi), \quad (6.3)$$

$$\overline{\cos \zeta} \simeq A_\zeta + B_\zeta \cos^2 \varphi. \quad (6.4)$$

惑星名	A_{ins}	B_{ins}	A_ζ	B_ζ
地球	0.127	0.183	0.410	0.590

表 6.1: 各惑星における A_{ins} , B_{ins} , A_ζ , B_ζ の値

大気上端におけるアルベド \mathcal{A} を考慮すると

$$\overline{F_S^I}(\varphi) \simeq -S_0(1 - \mathcal{A})(A_{ins} + B_{ins} \cos^2 \varphi) \quad (6.5)$$

となる。また、モデルで使用する場合 $\overline{\cos \zeta}$ よりも $\overline{\sec \zeta}$ の方が便利である。¹ $\overline{\sec \zeta}$ の式は

$$\overline{\sec \zeta} \simeq \frac{1}{A_\zeta + B_\zeta \cos^2 \varphi}. \quad (6.6)$$

A_{ins} , B_{ins} , A_ζ , B_ζ の値を表 6.1 に示す。

6.2.3 同期回転惑星の場合の入射フラックス

δ を外から与える。これは太陽直下点の緯度。次に太陽直下点の経度 (degree) $\lambda_{subsolar}$ を与える。これにより時角は

$$H = \lambda - \lambda_{subsolar} * \frac{180}{\pi} \quad (6.7)$$

となる。

$$\cos \zeta = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \delta} \cdot \cos H \quad (6.8)$$

入射フラックス分布は

$$F_S^I(\lambda, \varphi) = -S_0(1 - \mathcal{A}) \cos \zeta \quad (6.9)$$

6.3 短波放射

6.3.1 短波放射フラックス

短波放射過程においては、水蒸気とそれ以外の大気による吸収のみを考慮し多重散乱は考慮しない。吸収係数の異なった N_S 個の波長帯を考える (k -distribution method)。 F_S は、

$$F_S(z) = \sum_i^{N_S} a_i \left[(1 - \alpha_A) F_S^I \exp(-\tau_{S,i}(z) \sec \zeta) - \alpha_g (1 - \alpha_A) F_S^I \exp(-\tau_{S,i}(0) \sec \zeta) \exp(-(\tau_{S,i}(0) - \tau_i(z)) \sec \zeta_0) \right] \quad (6.10)$$

¹(2007-05-23 石渡) なんぞだっけ?

ここで, F_S^I は大気上端からの入射, ζ は入射角, ζ_0 は散乱光の相当入射角で, $\sec \zeta_0 = 1.66$ とする. α_A は大気の散乱によるアルベドであり, 一定値を与える. α_g は地表面のアルベドである.

$\tau_{S,i}(z)$ は, 大気上端を 0 とした光学的厚さであり,

$$\tau_{S,i}(z) = \int_z^\infty k_{S,i} \rho q dz + \int_z^\infty \bar{k}_{S,i} \rho dz \quad (6.11)$$

$k_{S,i}$ は波長帯 i の水蒸気に対する吸収係数, $\bar{k}_{S,i}$ は波長帯 i の水蒸気以外の大気に対する吸収係数である. これら吸収係数は z 等に依存しない一定値を与える. a_i は波長帯 i の放射エネルギーの全体に対する割合である.

地表面での吸収は,

$$F_S(0) = \sum_i^{N_S} a_i (1 - \alpha_g) (1 - \alpha_A) F_S^I \exp(-\tau_{S,i}(0) \sec \zeta), \quad (6.12)$$

で与えられる.

6.4 長波放射

長波放射過程においては, 水蒸気とそれ以外の大気による吸収と射出のみを考慮する. 吸収係数の異なった N_R 個の波長帯を考える (k -distribution method). F_R は,

$$F_R(z) = (\pi B(T_g) - \pi B(T_s)) T^f(z, 0) + \pi B(T(z_T)) T^f(z, z_T) - \int_0^{z_T} \frac{d\pi B}{d\xi} T^f(z, \xi) d\xi \quad (6.13)$$

ここで, $T^f(z_1, z_2)$ は, $z = z_1, z_2$ 間のフラックス透過関数, $\pi B \equiv \sigma_{SB} T^4$ は放射源関数である.

フラックス透過関数, $T^f(z_1, z_2)$ は,

$$T^f(z_1, z_2) = \sum_{i=1}^{N_R} b_i \exp(-\delta_R |\tau_{R,i}(z_1) - \tau_{R,i}(z_2)|) \quad (6.14)$$

$\tau_i(z)$ は, 大気上端を 0 とした光学的厚さであり,

$$\tau_{R,i}(z) = \int_z^\infty k_{R,i} \rho q dz + \int_z^\infty \bar{k}_{R,i} \rho dz \quad (6.15)$$

$k_{R,i}$ は波長帯 i の水蒸気に対する吸収係数, $\bar{k}_{R,i}$ は波長帯 i の水蒸気以外の大気に対する吸収係数である. これら吸収係数は z 等に依存しない一定値を与える. b_i は波長帯 i の放射エネルギーの全体に対する割合であり, 一定値をとると近似する. また, $\delta_R = 1.5$ を用いる.

第 7 章 地表面過程

7.1 はじめに

ここでは地表面モデルについてまとめる.

大気大循環モデルにおける地表面のモデルにはいろいろな種類がある. しかし土壌モデル等を含まない現 dcpam4 において, 地表面での過程と言えるものはバルク法による熱や運動量等のやり取りくらいしかない. それでも, 地表面における諸量は幾つもあり, 放射や重力波抵抗等の大気中の現象にも影響を与える. 地表面における諸量には温度, アルベド, 粗度, 熱容量, 湿潤度 (蒸発のしやすさ), 高度分散 (重力波抵抗パラメタリゼーション用) などがある. これらの多くはファイルなどの形でモデルの外から与える必要がある. 地表面の温度は, 海面の場合外から与えられるが, 陸面の場合予報変数である.

7.2 SWANP (未作成)

7.3 バルク法 (未作成)

第8章 蒸発・凝結による地表面気圧変化

8.1 基本的な考え方

大気の質量は、水蒸気の蒸発と凝結（降水過程）によって変化する。現在の地球大気の場合には通常この効果は無視することができるけれども、大気中の水蒸気量が増大した場合には蒸発と凝結による大気質量変化を考慮する必要がある。

蒸発と凝結による大気質量変化をまじめに考慮する場合には、各高度レベルにおいて質量変化を計算することになる。しかし、そのような取り扱いは σ 座標系においては非常に複雑になる。dcpam の蒸発・凝結による大気質量変化を計算するモジュールにおいては、水蒸気の凝結・蒸発による大気質量の変化については、それぞれの鉛直コラムにおけるトータルの質量変化、すなわち蒸発量と凝結量の差の鉛直積分だけを考慮し、各時間ステップの最後で表面気圧 p_s と比湿 q を補正するというをおこなっている。

8.2 表面気圧変化の計算

各時間ステップにおける表面気圧 p_s の補正量を Δp_s 、凝結と蒸発による比湿変化を Δq とおくと

$$\Delta p_s = g \int \hat{\rho} \Delta q dz = -g \int \hat{\rho} \Delta q \frac{d\hat{p}}{-\hat{\rho}g} = \int \Delta q d\hat{p} = \hat{p}_s \int \Delta q d\sigma \quad (8.1)$$

ただし、 \hat{p}_s は補正前の表面気圧、 $\hat{\rho}$ は補正前の大気密度である。 Δq は蒸発による比湿の増加項と凝結による比湿の減少の項から成る。順番に考える。

1. 地表面からの蒸発による水蒸気量増加

地表面における蒸発フラックスを $F_{evap} \sim LC(q^* - q_s)\rho_s$ 、 Δt をタイムステップとすると、蒸発による最下層の比湿変化 Δq_{evap} は

$$\frac{\Delta q_{evap}}{\Delta t} = \frac{F_{evap} L^{-1} \rho_s^{-1}}{\Delta z} = \frac{F_{evap} L^{-1} \rho_s^{-1}}{\Delta p / (\rho_s g)} = F_{evap} \frac{g}{L \Delta p} \quad (8.2)$$

となる。これより

$$\Delta q_{evap} = F_{evap} \frac{g}{L \Delta p} \Delta t \quad (8.3)$$

2. 凝結による水蒸気減少

$$\Delta q_{cond} = S_q^{cond} \Delta t \quad (8.4)$$

ただし, S_q^{cond} は凝結による比湿の変化率を表す.

よって,

$$\Delta p_s = F_{evap} \frac{g}{L} \Delta t + \hat{p}_s \int S_q^{cond} \Delta t d\sigma \quad (8.5)$$

となる.

8.3 比湿の補正

上のように, 表面気圧 p_s を補正したならば各鉛直レベルにおける比湿の値も補正しなければならない. 補正の前後で水蒸気の質量 (絶対湿度) が変わっているわけではないからである. したがって, 水蒸気の質量が補正の前後で等しくなるように比湿 q を補正する. 補正の前後で水蒸気の質量が等しくなるという条件は以下の式で表される.

$$\hat{\rho} \hat{q} = \rho q, \quad (8.6)$$

ただし, $\hat{\rho}$, \hat{q} は補正前の大気密度・比湿の値を, ρ , q は補正後の密度・比湿の値を表す. この式を変形する.

$$\frac{\hat{p}_s \sigma}{RT} \hat{q} = \frac{p_s \sigma}{RT} q \quad (8.7)$$

$p_s = \hat{p}_s + \Delta p_s$ を代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\hat{p}_s \sigma}{RT} \hat{q} &= \frac{(\hat{p}_s + \Delta p_s) \sigma}{RT} q, \\ \hat{p}_s \hat{q} &= (\hat{p}_s + \Delta p_s) q, \end{aligned} \quad (8.8)$$

よって, 最終的に

$$q = \frac{\hat{p}_s}{\hat{p}_s + \Delta p_s} \hat{q} \quad (8.9)$$

となる.

第9章 鉛直フィルター

9.1 背景と目的

太陽定数を増加させた計算を行ったところ 2-grid noise が生じた。このノイズの振幅は非常に大きくなり計算が破綻する。

このノイズを消すためにフィルターをかける。物理的実体は無い。強いて言えば、重力波でつぶれるかもね、程度である。

9.2 基本的な手続き

1. 調節のための基本温度場を決める。
2. 調節を行う部分を決める。具体的には、全層か一部か。一部としたらどの領域か
3. 温度構造を基本場を調節する。その後、誤差の補正を行う。

9.3 調節のための基本温度場

ギザギザ成分を取り除いた分布を基本場としたい。そこで「基本場」は次で与えられるとする。

$$T_{Bk} = \frac{T_{k+1/2} + T_{k-1/2}}{2} \quad (9.1)$$

ここで、 $1 \leq k \leq KMAX$

9.4 調節する部分の決定

1. 全層の場合
何も考えずに全部やる
2. ギザギザ部分のみ調節する場合
以下の式を満たす level k はギザギザな点と判定する。

$$(T_k - T_{k-1}) \cdot (T_{k+1} - T_k) < 0 \quad (9.2)$$

実際には、こんな凝ったやってないと思う。

9.5 調節および誤差の補正

節のタイトルが正しくないような気がする。「誤差の補正」ではないなあ。

1. 全層で調節を行い、全層に誤差をばらまく場合。

これについては未実装である。

これはもっとも安直な調節方法である。調節前の温度の値を T_k 、調節後を \hat{T}_k とする。何も考えずに調節するなら

$$\hat{T}_k = T_k + S_{grst}(T_{Bk} - T_k) \quad (9.3)$$

温度変化量は

$$\Delta T_k \equiv \hat{T}_k - T_k = S_{grst}(T_{Bk} - T_k) \quad (9.4)$$

この場合、全体で

$$\sum_{k=1}^{KMAX} c_v \Delta T_k \Delta p_k = \sum_{k=1}^{KMAX} c_v S_{grst}(T_{Bk} - T_k) (p_s \Delta \sigma_k) \quad (9.5)$$

の内部エネルギーをコラムに与えてしまうことになる。これが誤差になる。

調節の前後で全体の内部エネルギー量に変化がないようにするためには

$$\sum_{k=1}^{KMAX} \Delta T_k \Delta p_k = 0 \quad (9.6)$$

としてやらなければいけない。ただし、ここで比熱が一定の場合を仮定した。

これを解決するもっとも安直な方法は上の誤差を全層にばらまくこと。この場合、温度の調節量は以下の式で与えられる。

$$\hat{T}_k = T_k + S_{grst}(T_{Bk} - T_k) - \frac{\sum_{k=1}^{KMAX} S_{grst}(T_{Bk} - T_k) \Delta p_k}{\sum_{k=1}^{KMAX} \Delta p_k} \quad (9.7)$$

こうすると

$$\sum_{k=1}^{KMAX} \hat{T}_k \Delta p_k = \sum_{k=1}^{KMAX} \left\{ S_{grst}(T_{Bk} - T_k) \Delta p_k - \frac{\sum_{k=1}^{KMAX} S_{grst}(T_{Bk} - T_k) \Delta p_k}{\sum_{k=1}^{KMAX} \Delta p_k} \Delta p_k \right\} \quad (9.8)$$

となる。

2. 全層で調節し、誤差を局所的に解消していく場合

AGCM5 の場合だと、p2grstA.F

3 点トリオで考え、そこで生じた誤差をその 3 層にばらまくことにする。下から順に、以下の式で温度の調節量を計算していく。

$$\hat{T}_{k-1} = T_{k-1} + S_{grst}(T_{Bk-1} - T_{k-1}) - \frac{\sum_{k=k-1}^{k+1} S_{grst}(T_{Bk} - T_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k-1}^{k+1} \Delta p_k}, \quad (9.9)$$

$$\hat{T}_k = T_k + S_{grst}(T_{Bk} - T_k) - \frac{\sum_{k=k-1}^{k+1} S_{grst}(T_{Bk} - T_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k-1}^{k+1} \Delta p_k}, \quad (9.10)$$

$$\hat{T}_{k+1} = T_{k+1} + S_{grst}(T_{Bk+1} - T_{k+1}) - \frac{\sum_{k=k-1}^{k+1} S_{grst}(T_{Bk} - T_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k-1}^{k+1} \Delta p_k} \quad (9.11)$$

この \hat{T} を用いて、1 つ上に上がり、

$$\hat{\hat{T}}_k = \hat{T}_k + S_{grst}(T_{Bk} - \hat{T}_k) - \frac{\sum_{k=k}^{k+2} S_{grst}(T_{Bk} - \hat{T}_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k}^{k+2} \Delta p_k}, \quad (9.12)$$

$$\hat{\hat{T}}_{k+1} = \hat{T}_{k+1} + S_{grst}(T_{Bk+1} - \hat{T}_{k+1}) - \frac{\sum_{k=k}^{k+2} S_{grst}(T_{Bk} - \hat{T}_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k}^{k+2} \Delta p_k}, \quad (9.13)$$

$$\hat{\hat{T}}_{k+2} = T_{k+1} + S_{grst}(T_{Bk+2} - T_{k+2}) - \frac{\sum_{k=k}^{k+2} S_{grst}(T_{Bk} - \hat{T}_k)\Delta p_k}{\sum_{k=k}^{k+2} \Delta p_k} \quad (9.14)$$

ただし、右辺 3 項目の分子の和において k が $k+2$ の場合は、 $\hat{\hat{T}}_{k+2}$ ではなく T_{k+2} である (まだ調節を行っていないので)。

以上を level を 1 つづつ上がりながら順番に行う。

3. ギザギザ部分だけを調節し誤差を 3 点ごとにばらまく

下から順に

$$(T_k - T_{k-1}) \cdot (T_{k+1} - T_k) < 0 \quad (9.15)$$

となる部分の 3 点トリオ出 (2) と同じことを行う。

4. ギザギザ部分だけを調節し、誤差をギザギザ部分全体に均等にばらまく場合

連続してギザギザ部分になっているところを判定し (1) と同じことをする。下記のように判定する。

(a) 下から順に登っていった初めて

$$(T_k - T_{k-1}) \cdot (T_{k+1} - T_k) < 0 \quad (9.16)$$

となったところで、 $(k-1)$ level がギザギザ部分の底と判定する。

(b) ギザギザ部分で登っていった

$$(T_k - T_{k-1}) \cdot (T_{k+1} - T_k) \geq 0 \quad (9.17)$$

となったら、 k level がギザギザ部分の天井。

このように判定されたギザギザ部分全体に誤差をばらまく。

第 10 章 飽和比湿

10.1 はじめに

飽和比湿とは、与えられた温度圧力のもとで飽和蒸気圧を与える比湿の値である。

飽和比湿を計算するための式として、dcpam4 では Nakajima et al. (1992) で使われた式を用意している。以下に説明を記す。

10.2 Nakajima et al. (1992) で用いられた式

Nakajima et al. (1992) では、Eisenberg and Kauzmann (1961; この訳書が「水の構造と物性」だと思われる) で与えられている水蒸気の飽和蒸気圧の表と式を近似的に表現する

$$e^*(T) = p_0^* \exp\left(-\frac{L}{RT}\right) \quad (10.1)$$

を用いている。ここで、 $p_0^* = 1.4 \times 10^{11}$ Pa である。この式から飽和比湿の式を書き下すと

$$q^*(T, p) = p_0^* \exp\left(-\frac{L}{RT}\right) \frac{1}{p} \quad (10.2)$$

である。

10.3 参考文献

Nakajima, S., Hayashi, Y.-Y., Abe, Y., 1992: A study on the “runaway greenhouse effect” with a one dimensional radiative convective equilibrium model. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2256–2266.

カウズマン・アイゼンバーグ著, 関集三・松尾隆祐訳, 1975: 水の構造と物性, みすず書房, pp.302.

第 11 章 惑星大気 of 物理定数

11.1 地球大気 of 物理定数

地球大気 of 基本的な物理定数を以下に示す.

惑星半径	a	m	6.37×10^6
重力加速度	g	m s^{-2}	9.8
乾燥大気 of 定圧比熱	C_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1004.6
乾燥大気 of 気体定数	R	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	287.04
蒸発潜熱	L	J kg^{-1}	2.5×10^6
水蒸気定圧比熱	C_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1810.
水蒸気気体定数	R_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	461.
液体水 of 密度	$d_{\text{H}_2\text{O}}$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1000.
水蒸気分子量比	ϵ_v		0.622
仮温度 of 係数	$\delta_v = \epsilon_v^{-1} - 1$		0.606
乾燥大気 of 定圧比熱と気体定数 of 比	$\kappa = R/C_p$		0.286
Stefan Boltzman 定数	σ_{SB}	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$	5.67×10^{-8}
Kálmán 定数	k		0.4

11.2 木星大気 of 物理定数

木星大気 of 基本的な物理定数を以下に示す. ここでは, まだ凝結成分として H_2O しか考慮されていない.

惑星半径	a	m	1.43×10^{10}
重力加速度	g	m s^{-2}	23.1
乾燥大気の定圧比熱	C_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	11900.9264
乾燥大気の気体定数	R	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	3611.44466
蒸発潜熱	L	J kg^{-1}	2.5×10^6
水蒸気定圧比熱	C_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1810.
水蒸気気体定数	R_v	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	461.
液体水の密度	$d_{\text{H}_2\text{O}}$	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	1000.
水蒸気分子量比	ϵ_v		7.8250532
仮温度の係数	$\delta_v = \epsilon_v^{-1} - 1$		-0.8722053
乾燥大気の定圧比熱と気体定数の比	$\kappa = R/C_p$		0.30345912
Stefan Boltzman 定数	σ_{SB}	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$	5.67×10^{-8}
Kálmán 定数	k		0.4

第12章

使用上の注意とライセンス規定

12.1 ライセンス規定

COPYRIGHT¹ を参照ください.

12.2 使用上の注意

dcpam4 は研究・教育の場で用いられることを前提としております. 教育現場においては自由に使用・改変・再配布していただいて結構です. 利用する場合には 正式なライセンス規定に従って頂くようお願いします.

dcpam4 を利用して得られた科学技術的成果を論文や Web 等にて発表する際には, その旨を記し, リファレンスに挙げて頂きますようお願いします.

引用例 (和文)

森川 靖大, 石渡 正樹, 土屋 貴志, 山田 由貴子, 高橋 芳幸, 小高 正嗣, 堀之内 武, 林 祥介, DC-PAM 開発グループ, 2007: 惑星大気モデル DCPAM, <http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/>, 地球流体電脳倶楽部.

引用例 (英文)

Morikawa, Y., Ishiwatari, M., Tsuchiya, T., Yamada, Y., Takahashi, O. Y., Odaka, M., Hori-nouchi, T., Hayashi, Y.-Y., DCPAM Development Group, 2007: DCPAM: planetary atmosphere model, <http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/>, GFD Dennou Club.

¹http://www.gfd-dennou.org/library/dcpam/dcpam4/dcpam4_current/COPYRIGHT

12.3 開発グループメンバー

12.3.1 2007 年度

プログラム製作

森川 靖大, 石渡 正樹

プログラム製作協力

土屋 貴志, 山田 由貴子, 高橋 芳幸, 小高 正嗣, 堀之内 武, 林 祥介

解説文書作成

石渡 正樹, 森川 靖大