SPPACK 使用の手引 (version 0.31)

石岡 圭一 (2000/09/07)

1　概要

1.1　パッケージについて

これは, SNPACK を応用して様々な計算を行うルーチンをまとめたパッケージである.

球面調和関数変換の定義や配列中のスペクトルの並べ方などについては SNPACK のマニュアルを参照のこと.

2　サブルーチンのリスト

`SPNJCB`	ヤコビアンの計算
`SPNINI`	配列 `RN` の初期化
`SPMINI`	配列 `IRM` の初期化
`SPCLAP`	ラプラシアンの演算
`SPCLAM`	経度微分の演算
`SPSWNL`	浅水方程式の非線形項の計算
`SPSWCK`	浅水方程式の保存量の計算
`SPSWNV`	浅水方程式の非線形項の計算 (散逸項含む)
`SPSWLI`	配列 `CL` の初期化
`SPSWLV`	浅水方程式の線形項に基づく時間発展
`SPSWCV`	浅水方程式の保存量の計算 (省メモリ版)
`SPSWCX`	浅水方程式の保存量の計算 (全角運動量を 3 成分計算)
`SPSWNW`	`SPSWNV` の若干高速化版
`SPSWNX`	`SPSWNW` の若干高速化版
`SPSWHV`	浅水方程式の非線形項の計算 (高階粘性項含む)
`SPSWHW`	`SPSWHV` の若干高速化版
`SPSWHX`	`SPSWHW` の若干高速化版
`SPSWHI`	配列 `CL` の初期化 (高階粘性用)

3　サブルーチンの説明

3.1　SPNJCB

1. 機能

   ヤコビアンの計算を行う.

2. 定義

スペクトル展開された変数 $a(\lambda,\varphi), b(\lambda,\varphi)$

$$a(\lambda,\varphi) \equiv \sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n} a_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda} \tag{1}$$

$$b(\lambda,\varphi) \equiv \sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n} b_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda} \tag{2}$$

に対して, ヤコビアン $J(a,b)$ は

$$J(a,b) \equiv \frac{\partial a}{\partial\lambda}\frac{\partial b}{\partial\mu} - \frac{\partial b}{\partial\lambda}\frac{\partial a}{\partial\mu} \tag{3}$$

と定義される. ここに, $\mu \equiv \sin\varphi$ である. 本サブルーチンは、上記の a_n^m, b_n^m を入力として, $J(a,b)$ の切断波数 M までのスペクトル展開係数 c_n^m

$$c_n^m \equiv \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{1} J(a,b)P_n^m(\mu)e^{-im\lambda}d\mu d\lambda \tag{4}$$

を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
SPNJCB(MM,IM,ID,JM,JD,SA,SB,SC,IT,T,Y,IP2,P2,R2,IP3,P3,R3,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
SA	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. a_n^m が格納されている配列
SB	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. b_n^m が格納されている配列
SC	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. c_n^m が格納される配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP2	(I(2*(MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNKINI で初期化された配列
P2	(D(2*((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNKINI で初期化された配列
R2	(D(2*((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNKINI で初期化された配列
IP3	(I(3*(MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNKINI で初期化された配列
P3	(D(3*((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNKINI で初期化された配列
R3	(D(3*((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNKINI で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D((3*(MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

   - ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
   - IT,T,Y,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
     また, IP2,P2,R2,IP3,P3,R3 は, その後に
     SNKINI(MM,JM,2,IP,P,R,IP2,P2,R2), SNKINI(MM,JM,3,IP,P,R,IP3,P3,R3),
     として初期化しておくこと.
   - 作業領域 WS,WW の大きさは, ともに
     3*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 3*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD*3 ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.2 SPNINI

1. 機能

   配列 RN を初期化する.

2. 定義

3. 呼び出し方法

   SPNINI(MM,RN)

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	出力. SPCLAP 等で用いられる配列

5. 備考

   RN((MM+1)*(MM+1),2) と宣言されている場合, RN(L,1) には L 番目の格納位置のスペクトルに対する $-n(n+1)$ の値が, RN(L,2) には $-1/\{n(n+1)\}$ の値が格納される (こちらは, $n=0$ に対応する部分には 1 が代入される).

3.3 SPMINI

1. 機能

   配列 IRM を初期化する.

2. 定義

3. 呼び出し方法

   SPMINI(MM,IRM)

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IRM	(I((MM+1)*(MM+1)*2))	出力. SPCLAM 等で用いられる配列

5. 備考

   `IRM((MM+1)*(MM+1),2)` と宣言されている場合, `L` 番目の格納位置のスペクトルが実部なら `IRM(L,1)` には対応する虚部の格納位置が, `IRM(L,2)` には m が代入される.

   また, `L` 番目の格納位置のスペクトルが虚部なら `IRM(L,1)` には対応する実部の格納位置が, `IRM(L,2)` には $-m$ が代入される.

3.4 SPCLAP

1. 機能スペクトルデータにラプラシアンを作用させる, またはその逆演算を行う.

2. 定義

   球面調和関数展開

$$g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}a_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{5}$$

   に対して、水平 Laplacian

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\cos^2\varphi\partial\lambda^2}+\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \tag{6}$$

   を作用させると, 球面調和関数の性質から,

$$\nabla^2 g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}-n(n+1)a_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{7}$$

   となる. そこで,

$$b_n^m \equiv -n(n+1)a_n^m \tag{8}$$

   を導入すると,

$$\nabla^2 g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}b_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{9}$$

   と表せる. また, 逆に

$$\nabla^2 g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}a_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{10}$$

   であるとき,

$$b_n^m \equiv -\frac{1}{n(n+1)}a_n^m \tag{11}$$

   を導入すると,

$$g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}b_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{12}$$

   と表せる.

   本サブルーチンは, a_n^m から $b_n^m \equiv -n(n+1)a_n^m$ の計算, またはその逆演算: a_n^m から $b_n^m \equiv -a_n^m/(n(n+1))$, を行うものである.

3. 呼び出し方法

`SPCLAP(MM,A,B,RN)`

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
A	(D((MM+1)*(MM+1))	入力. a_n^m が格納されている配列
B	(D((MM+1)*(MM+1))	出力. b_n^m が格納される配列
RN	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. SPNINI で初期化された配列 (備考参照)

5. 備考

- スペクトルデータ a_n^m および b_n^m のスペクトルの並べ方については SNPACK のマニュアルを参照.
- RN((MM+1)*(MM+1),2) と宣言されている場合, SPCLAP(MM,A,B,RN(1,2)) として呼び出せば逆演算を行う.

3.5 SPCLAM

1. 機能スペクトルデータに経度微分を作用させる.

2. 定義

球面調和関数展開

$$g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}a_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{13}$$

に対して, 経度微分 $\partial/\partial\lambda$ を作用させると,

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}ima_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{14}$$

となる. そこで,

$$b_n^m\equiv ima_n^m \tag{15}$$

を導入すると,

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}g(\lambda,\varphi)=\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=-n}^{n}b_n^m P_n^m(\sin\varphi)e^{im\lambda}. \tag{16}$$

と表せる.

本サブルーチンは, a_n^m から $b_n^m\equiv ima_n^m$ の計算を行うものである.

3. 呼び出し方法

`SPCLAM(MM,A,B,IRM)`

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
A	(D((MM+1)*(MM+1))	入力. a_n^m が格納されている配列
B	(D((MM+1)*(MM+1))	出力. b_n^m が格納される配列
IRM	(I((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPMINI で初期化された配列.

5. 備考

スペクトルデータ a_n^m および b_n^m のスペクトルの並べ方については SNPACK のマニュアルを参照.

3.6 SPSWNL

1. 機能

浅水方程式の非線形項を計算する.

2. 定義

球面上の浅水方程式系は, 長さを球半径 a で, 時間を適当な時間スケール T で無次元化すると以下のように表せる:

$$\dot{q} \equiv \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial(uq)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(vq\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{17}$$

$$\dot{D} \equiv \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial(vq)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(uq\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E+\Phi), \tag{18}$$

$$\dot{\Phi} \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial(u\Phi)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(v\Phi\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}. \tag{19}$$

ここに, $q = \zeta + 2\Omega\sin\varphi$: 絶対渦度,$\Phi$: ジオポテンシャルであり, ζ,D は渦度, 発散で,

$$\zeta \equiv \frac{\partial(v)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(u\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{20}$$

$$D \equiv \frac{\partial(u)}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(v\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{21}$$

と定義される. また, $E = (u^2+v^2)/2$ である.

本サブルーチンは, 上記の q, D, Φ のスペクトル展開係数 q_n^m, D_n^m, Φ_n^m を入力として, $\dot{q}, \dot{D}, \dot{\Phi}$ の切断波数 M までのスペクトル展開係数 $\dot{q}_n^m, \dot{D}_n^m, \dot{\Phi}_n^m$ を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
SPSWNL(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,AVT,DIV,PHI,DAVT,DDIV,DPHI,
                    RN,IT,T,Y,IP4,P4,R4,IP5,P5,R5,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
DAVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{q}_n^m$ が格納される配列
DDIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{D}_n^m$ が格納される配列
DPHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{\Phi}_n^m$ が格納される配列
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP4	(I(4*(MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNKINI で初期化された配列
P4	(D(4*((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNKINI で初期化された配列
R4	(D(4*((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNKINI で初期化された配列
IP5	(I(5*(MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNKINI で初期化された配列
P5	(D(5*((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNKINI で初期化された配列
R5	(D(5*((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNKINI で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D((5*(MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
- IT,T,Y,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
  また, IP4,P4,R4,IP4,P4,R4 は, その後に
  SNKINI(MM,JM,4,IP,P,R,IP4,P4,R4), SNKINI(MM,JM,5,IP,P,R,IP5,P5,R5),
  として初期化しておくこと.
- 作業領域 WS,WW の大きさは, ともに
  5*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 5*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD*5 ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.7 SPSWCK

1. 機能

   浅水方程式の保存量を計算する.

2. 定義

   SPSWNL の項で導入した浅水方程式系には以下のような保存量がある:

   - 全角運動量 (A.Mom.):

     $$\text{A.Mom.} \equiv \langle \Phi(u + \Omega\cos\varphi)\cos\varphi \rangle, \tag{22}$$

   - 全エネルギー (A.Ene.):

     $$\text{A.Ene.} \equiv \left\langle \frac{1}{2}\Phi(u^2 + v^2 + \Phi) \right\rangle, \tag{23}$$

   - 全エンストロフィー (A.Ens.):

     $$\text{A.Ens.} \equiv \left\langle \frac{1}{2}\frac{q^2}{\Phi} \right\rangle. \tag{24}$$

   ここに, $\langle\ \rangle$ は全球平均を表す記号で,

   $$\langle A \rangle \equiv \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} A\cos\varphi d\varphi d\lambda, \tag{25}$$

   である.

   本サブルーチンは, q, D, Φ のスペクトル展開係数 q_n^m, D_n^m, Φ_n^m を入力として, 上記の保存量 A.Mom., A.Ene., A.Ens., を求めるものである.

3. 呼び出し方法

   ```
   SPSWCK(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,AVT,DIV,PHI,AMOM,AENE,AENS,
                      RN,IT,T,Y,IP4,P4,R4,IA,A,Q,WS,WW)
   ```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
AMOM	(D)	出力. A.Mom. の値
AENE	(D)	出力. A.Ene. の値
AENS	(D)	出力. A.Ens. の値
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP4	(I(4*(MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNKINI で初期化された配列
P4	(D(4*((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNKINI で初期化された配列
R4	(D(4*((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNKINI で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D((4*(MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
- IT,T,Y,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
  また, IP4,P4,R4,IP4,P4,R4 は, その後に
  SNKINI(MM,JM,4,IP,P,R,IP4,P4,R4) として初期化しておくこと.
- 作業領域 WS,WW の大きさは, ともに
  4*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 4*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD*4 ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.8 SPSWNV

1. 機能

   浅水方程式の非線形項を計算する. ただし, 全角運動量を保存する散逸項も同時に計算する.

2. 定義

エリアジングを除去可能な全角運動量を保存する散逸項を含む, 以下の無次元化された球面上の浅水方程式系を考える:

$$\dot{q} \equiv \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\zeta_\Phi - \nabla^2(\Phi\zeta)\}, \tag{26}$$

$$\dot{D} \equiv \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \Phi + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi D) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)D_\Phi\}, \tag{27}$$

$$\dot{\Phi} \equiv \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial(u\Phi)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(v\Phi\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}. \tag{28}$$

ここに, $q = \zeta + 2\Omega\sin\varphi$: 絶対渦度,$\Phi$: ジオポテンシャルであり, ζ,D は渦度, 発散で,

$$\zeta \equiv \frac{\partial(v)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(u\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{29}$$

$$D \equiv \frac{\partial(u)}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(v\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{30}$$

と定義される. また, $E = (u^2+v^2)/2$ である. さらに, A, B, ζ_Φ, D_Φ は,

$$A \equiv qu + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\left\{2v\nabla^2\Phi + \frac{\partial\Phi}{\cos\varphi\partial\lambda}\zeta + \alpha\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}D\right\} \tag{31}$$

$$B \equiv qv + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\left\{-2u\nabla^2\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\zeta - \alpha\frac{\partial\Phi}{\cos\varphi\partial\lambda}D\right\} \tag{32}$$

$$\zeta_\Phi \equiv \frac{\partial(\Phi v)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(\Phi u\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{33}$$

$$D_\Phi \equiv \frac{\partial(\Phi u)}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(\Phi v\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{34}$$

であり, $\bar{\Phi}$ は平均水深, ν は粘性係数, α は体積粘性に関するパラメターで, 体積粘性率 0 は $\alpha = 2/3$ に対応する.

さて, $\Phi = \bar{\Phi} + \Phi'$ と Φ を平均部分と擾乱部分に分離すると, 上記の方程式系は以下のように書きかえられる:

$$\dot{q} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\zeta_{\Phi'} - \nabla^2(\Phi'\zeta)\} + \nu(\nabla^2+2)\zeta, \tag{35}$$

$$\begin{aligned}\dot{D} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi' D) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)D_{\Phi'}\} \\ -\nabla^2\Phi' + \nu\left\{(2-\alpha)\nabla^2+2\right\}D,\end{aligned} \tag{36}$$

$$\dot{\Phi}' = -D_{\Phi'} - \bar{\Phi}D. \tag{37}$$

本サブルーチンは, 上記の q, D, Φ のスペクトル展開係数 q_n^m, D_n^m, Φ_n^m および $\bar{\Phi}, \nu, \alpha$ を入力として, $\dot{q}, \dot{D}, \dot{\Phi}$ の非線形部分:

$$\dot{q}_{\text{非線形}} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\zeta_{\Phi'} - \nabla^2(\Phi'\zeta)\}, \tag{38}$$

$$\dot{D}_{非線形} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi' D) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)D_{\Phi'}\} \tag{39}$$

$$\dot{\Phi}'_{非線形} = -D_{\Phi'}, \tag{40}$$

の切断波数 M までのスペクトル展開係数を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
SPSWNV(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,ALPHA,AVT,DIV,PHI,
                   DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
BARPHI	(D)	入力. $\bar{\Phi}$ の値
DNU	(D)	入力. ν の値
ALPHA	(D)	入力. α の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
DAVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{q}_n^m$ が格納される配列
DDIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{D}_n^m$ が格納される配列
DPHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{\Phi}_n^m$ が格納される配列
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IRM	(I((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPMINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP	(I((MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNINIT で初期化された配列
P	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNINIT で初期化された配列
R	(D(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNINIT で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.

- IT,T,Y,IP,P,R,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.

- 作業領域 WW の大きさは,
MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).
- 作業領域 WS の大きさは, WW の大きさの 8 倍にとっておくこと.

3.9 SPSWLI

1. 機能

   SPSWLV で用いられる配列 CL を初期化する.

2. 定義

3. 呼び出し方法

   SPSWLI(MM,BARPHI,DNU,ALPHA,DT,CL)

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
BARPHI	(D)	入力. $\bar{\Phi}$ の値
DNU	(D)	入力. ν の値
ALPHA	(D)	入力. α の値
DT	(D)	入力. Δt の値
CL	(D((MM+1)*(MM+1)*5))	出力. SPSWLV で用いられる配列

5. 備考

   入力パラメーターの意味については SPSWLV の項を参照のこと.

3.10 SPSWLV

1. 機能

   全角運動量を保存する散逸項を含んだ浅水方程式の線形項に基づく時間発展を解析的に実行する.

2. 定義

   SPSWNV の項で導入した全角運動量を保存する散逸項を含んだ浅水方程式の線形部分は,

$$\dot{q} = \nu(\nabla^2 + 2)\zeta, \tag{41}$$

$$\dot{D} = -\nabla^2\Phi' + \nu\left\{(2-\alpha)\nabla^2 + 2\right\}D, \tag{42}$$

$$\dot{\Phi}' = -\bar{\Phi}D, \tag{43}$$

と表せる. 本サブルーチンは, 上記の q, D, Φ のスペクトル展開係数 q_n^m, D_n^m, Φ_n^m を入力として, 上記の線形方程式を Δt だけ解析的時間積分させた q_n^m, D_n^m, Φ_n^m を出力するものである.

3. 呼び出し方法

```
SPSWLV(MM,AVT,DIV,PHI,CL)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入出力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入出力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入出力. Φ_n^m が格納されている配列
CL	(D((MM+1)*(MM+1)*5))	入力. SPSWLI で初期化された配列

5. 備考

CL は, $\bar{\Phi}, \nu, \alpha, \Delta t$ の値を用いて SPSWLI で初期化しておくこと.

このサブルーチンは, SPSWNV と組み合わせて TDRKNU などによる時間積分を行う場合に便利である. その場合は SPSWLI の初期化の際に用いる DT を TDRKNU の DT,NDV に対して DT/(2*NDV) と定めればよい.

3.11 SPSWCV

1. 機能

浅水方程式の保存量を計算する (省メモリ版).

2. 定義

本サブルーチンは SPSWCK を若干省メモリにしただけのものなので, 定義については SPSWCK の項を参照のこと.

3. 呼び出し方法

```
SPSWCV(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,AVT,DIV,PHI,AMOM,AENE,AENS,
                         RN,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
AMOM	(D)	出力. A.Mom. の値
AENE	(D)	出力. A.Ene. の値
AENS	(D)	出力. A.Ens. の値
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP	(I((MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNINIT で初期化された配列
P	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNINIT で初期化された配列
R	(D(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNINIT で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D((4*(MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
- IT,T,Y,IP,P,R,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
- 作業領域 WW の大きさは, MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD*4 ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).
- 作業領域 WS の大きさは, WW の大きさの 4 倍にとっておくこと.

3.12 SPSWCX

1. 機能

浅水方程式の保存量を計算する (全角運動量を 3 成分計算)).

2. 定義

本サブルーチンは SPSWCV と殆んど同じであるが全角運動量を 3 成分計算することだけが異なる. 角運動量以外の定義については SPSWCK の項を参照のこと.

静止系から見た全角運動量は以下の 3 成分からなる.

- z 軸まわりの全角運動量 (A.Mom.1):

$$\text{A.Mom.1} \equiv \langle \Phi(u + \Omega\cos\varphi)\cos\varphi \rangle, \tag{44}$$

- x 軸まわりの全角運動量 (A.Mom.2):

$$\text{A.Mom.2} \equiv \langle \Phi(-(u + \Omega\cos\varphi)\sin\varphi\cos\lambda + v\sin\lambda) \rangle, \tag{45}$$

- y 軸まわりの全角運動量 (A.Mom.3):

$$\text{A.Mom.3} \equiv \langle \Phi(-(u + \Omega\cos\varphi)\sin\varphi\sin\lambda - v\cos\lambda) \rangle, \tag{46}$$

ここで, 回転系 ($\Omega \neq 0$) においては A.Mom.1 のみが保存量であることに注意が必要である. ちなみに, A.Mom.2, A.Mom.3 は以下のような方程式に従って時間変化する.

$$\frac{d}{dt}(\text{A.Mom.2}) = \Omega(\text{A.Mom.3}) + \Omega^2\langle \Phi\sin\varphi\cos\varphi\sin\lambda \rangle, \tag{47}$$

$$\frac{d}{dt}(\text{A.Mom.3}) = -\Omega(\text{A.Mom.2}) - \Omega^2\langle \Phi\sin\varphi\cos\varphi\cos\lambda \rangle. \tag{48}$$

ここで, それぞれ右辺第 1 項は見かけの座標系が回転する効果で, 第 2 項は水深の不均一によって生じるトルクの効果であり, これは固体地球との運動量交換を表している.

3. 呼び出し方法

```
SPSWCX(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,AVT,DIV,PHI,AMOM1,AMOM2,AMOM3,AENE,AENS,
                   RN,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
AMOM1	(D)	出力. A.Mom.1 の値
AMOM2	(D)	出力. A.Mom.2 の値
AMOM3	(D)	出力. A.Mom.3 の値
AENE	(D)	出力. A.Ene. の値
AENS	(D)	出力. A.Ens. の値
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP	(I((MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNINIT で初期化された配列
P	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNINIT で初期化された配列
R	(D(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNINIT で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D((4*(MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
- IT,T,Y,IP,P,R,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
- 作業領域 WW の大きさは,
MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD*4 ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).
- 作業領域 WS の大きさは, WW の大きさの 4 倍にとっておくこと.

3.13 SPSWNW

1. 機能

SPSWNV の若干高速化版 (ルジャンドル変換をまとめて漸化式演算の相対コストを減らしている)

2. 定義

   SPSWNV の項を参照.

3. 呼び出し方法

```
SPSWNW(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,ALPHA,AVT,DIV,PHI,
                   DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明 (WW, WS 以外は全く SPSWNV の項に同じなので省略する).

WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

   - 作業領域 WW, WS の大きさは, ともに 8*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 8*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に 8*(IM+2)*JD ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.14 SPSWNX

1. 機能

   SPSWNW の若干高速化版 ($\alpha = 0$ の場合に限定してルジャンドル変換を一つだけ減らしている)

2. 定義

   SPSWNV の項を参照.

3. 呼び出し方法

```
SPSWNX(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,AVT,DIV,PHI,
                   DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明 (WW, WS 以外は全く SPSWNV の項に同じなので省略する). なお, SPSWNV と違い, 引数に ALPHA が無いことに注意.

WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

   - 作業領域 WW, WS の大きさは, ともに 7*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 7*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に 7*(IM+2)*JD ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.15 SPSWHV

1. 機能

   浅水方程式の非線形項を計算する．ただし, 全角運動量を保存する高階粘性項も同時に計算する．

2. 定義

   エリアジングを除去可能な全角運動量を保存する高階粘性項を含む, 以下の無次元化された球面上の浅水方程式系を考える:

$$\dot{q} \equiv \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{\zeta}_\Phi - \nabla^2(\Phi\hat{\zeta})\}, \tag{49}$$

$$\dot{D} \equiv \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \Phi + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi\hat{D}) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{D}_\Phi\}, \tag{50}$$

$$\dot{\Phi} \equiv \frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\partial(u\Phi)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(v\Phi\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}. \tag{51}$$

ここに, $q = \zeta + 2\Omega\sin\varphi$: 絶対渦度,$\Phi$: ジオポテンシャルであり, ζ,D は渦度, 発散で,

$$\zeta \equiv \frac{\partial(v)}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(u\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{52}$$

$$D \equiv \frac{\partial(u)}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(v\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{53}$$

と定義される．また, $E = (u^2+v^2)/2$ である．

さらに, 高階粘性の階数 (通常の粘性を基準としてラプラシアンの階数の高さをはかったもの) を n として (すなわち, 通常の粘性なら $n = 0$), $D = \nabla^2\chi, \zeta = \nabla^2\psi$ によって定まる χ, ψ を使って $\hat{\chi} = (-\nabla^2-2)^n\chi, \hat{\psi} = (-\nabla^2-2)^n\psi$ を定義し,

$$\hat{u} \equiv \frac{\partial\hat{\chi}}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial\hat{\psi}}{\partial\varphi} \tag{54}$$

$$\hat{v} \equiv \frac{\partial\hat{\chi}}{\partial\varphi} + \frac{\partial\hat{\psi}}{\cos\varphi\partial\lambda} \tag{55}$$

と定めると, $\hat{\zeta}, \hat{D}, \hat{\zeta}_\Phi, \hat{D}_\Phi, A, B$ は,

$$\hat{\zeta} \equiv \frac{\partial(\hat{v})}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(\hat{u}\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} = (-\nabla^2-2)^n\zeta, \tag{56}$$

$$\hat{D} \equiv \frac{\partial(\hat{u})}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(\hat{v}\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} = (-\nabla^2-2)^n D, \tag{57}$$

$$A \equiv qu + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\left\{2\hat{v}\nabla^2\Phi + \frac{\partial\Phi}{\cos\varphi\partial\lambda}\hat{\zeta} + \alpha\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{D}\right\} \tag{58}$$

$$B \equiv qv + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\left\{-2\hat{u}\nabla^2\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\hat{\zeta} - \alpha\frac{\partial\Phi}{\cos\varphi\partial\lambda}\hat{D}\right\} \tag{59}$$

$$\hat{\zeta}_\Phi \equiv \frac{\partial(\Phi\hat{v})}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(\Phi\hat{u}\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{60}$$

$$\hat{D}_\Phi \equiv \frac{\partial(\Phi\hat{u})}{\cos\varphi\partial\lambda} + \frac{\partial(\Phi\hat{v}\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi}, \tag{61}$$

であり, $\bar{\Phi}$ は平均水深, ν は粘性係数, α は体積粘性に関するパラメターで, 体積粘性率 0 は $\alpha = 2/3$ に対応する.

さて, $\Phi = \bar{\Phi} + \Phi'$ と Φ を平均部分と擾乱部分に分離すると, 上記の方程式系は以下のように書きかえられる:

$$\dot{q} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{\zeta}_{\Phi'} - \nabla^2(\Phi'\hat{\zeta})\} + \nu(\nabla^2+2)\hat{\zeta}, \tag{62}$$

$$\begin{aligned}\dot{D} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi'\hat{D}) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{D}_{\Phi'}\}\\ -\nabla^2\Phi' + \nu\left\{(2-\alpha)\nabla^2+2\right\}\hat{D},\end{aligned} \tag{63}$$

$$\dot{\Phi}' = -D_{\Phi'} - \bar{\Phi}D. \tag{64}$$

本サブルーチンは, 上記の q, D, Φ のスペクトル展開係数 q_n^m, D_n^m, Φ_n^m および $\bar{\Phi}, \nu, \alpha$ を入力として, $\dot{q}, \dot{D}, \dot{\Phi}$ の非線形部分:

$$\dot{q}_{非線形} = -\frac{\partial A}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(B\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{\zeta}_{\Phi'} - \nabla^2(\Phi'\hat{\zeta})\}, \tag{65}$$

$$\dot{D}_{非線形} = \frac{\partial B}{\cos\varphi\partial\lambda} - \frac{\partial(A\cos\varphi)}{\cos\varphi\partial\varphi} - \nabla^2(E + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\alpha\Phi'\hat{D}) + \frac{\nu}{\bar{\Phi}}\{2(\nabla^2+1)\hat{D}_{\Phi'}\} \tag{66}$$

$$\dot{\Phi}'_{非線形} = -D_{\Phi'}, \tag{67}$$

の切断波数 M までのスペクトル展開係数を求めるものである.

3. 呼び出し方法

```
SPSWHV(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,ALPHA,LEV,AVT,DIV,PHI,
                DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力. 切断波数
IM	(I)	入力. 東西格子点数
ID	(I)	入力. IM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
JM	(I)	入力. 南北格子点数
JD	(I)	入力. JM 以上の適当な値 (与え方は備考参照)
OMEGA	(D)	入力. Ω の値
BARPHI	(D)	入力. $\bar{\Phi}$ の値
DNU	(D)	入力. ν の値
ALPHA	(D)	入力. α の値
LEV	(I)	入力. n の値
AVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. q_n^m が格納されている配列
DIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. D_n^m が格納されている配列
PHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	入力. Φ_n^m が格納されている配列
DAVT	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{q}_n^m$ が格納される配列
DDIV	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{D}_n^m$ が格納される配列
DPHI	(D((MM+1)*(MM+1)))	出力. $\dot{\Phi}_n^m$ が格納される配列
RN	(D((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPNINI で初期化された配列
IRM	(I((MM+1)*(MM+1)*2))	入力. SPMINI で初期化された配列
IT	(I(5))	入力. SNINIT で初期化された配列
T	(D(IM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
Y	(D(JM*2))	入力. SNINIT で初期化された配列
IP	(I((MM+1)/2+MM+1)*2)	入力. SNINIT で初期化された配列
P	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	入力. SNINIT で初期化された配列
R	(D(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+1))	入力. SNINIT で初期化された配列
IA	(I((MM+1)*(MM+1)*4))	入力. SNINIT で初期化された配列
A	(D((MM+1)*(MM+1)*6))	入力. SNINIT で初期化された配列
Q	(D(((MM+1)/2+MM+1)*JM))	作業領域
WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

- ID≥IM, JD≥JM でなければならない. またベクトル計算機においてはバンク競合を避けるために, ID,JD はできれば奇数にとるのがよい.
- IT,T,Y,IP,P,R,IA,A は SNINIT(MM,IM,JM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A) として初期化しておくこと.
- 作業領域 WW の大きさは, MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に (IM+2)*JD ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).
- 作業領域 WS の大きさは, WW の大きさの 11 倍にとっておくこと.

3.16 SPSWHW

1. 機能

   SPSWHV の若干高速化版 (ルジャンドル変換をまとめて漸化式演算の相対コストを減らしている)

2. 定義

   SPSWHV の項を参照.

3. 呼び出し方法

```
SPSWHW(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,ALPHA,LEV,AVT,DIV,PHI,
                   DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明 (WW, WS 以外は全く SPSWHV の項に同じなので省略する).

WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

   - 作業領域 WW, WS の大きさは, ともに
     11*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 11*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいてもよい. もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に 11*(IM+2)*JD ととっておけばよい. (ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.17 SPSWHX

1. 機能

   SPSWHW の若干高速化版 ($\alpha = 0$ の場合に限定してルジャンドル変換を一つだけ減らしている)

2. 定義

   SPSWHV の項を参照.

3. 呼び出し方法

```
SPSWHX(MM,IM,ID,JM,JD,OMEGA,BARPHI,DNU,LEV,AVT,DIV,PHI,
                   DAVT,DDIV,DPHI,RN,IRM,IT,T,Y,IP,P,R,IA,A,Q,WS,WW)
```

4. パラメーターの説明 (WW, WS 以外は全く SPSWNV の項に同じなので省略する). なお, SPSWHV と違い, 引数に ALPHA が無いことに注意.

WS	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域
WW	(D(大きさの決め方は備考参照)	作業領域

5. 備考

   - 作業領域 WW, WS の大きさは, ともに
     10*MAX(((MM+1)/2*2+3)*(MM/2+2)*2,JD*((MM+1)/2+MM+1)*2,JD*ID) 以上の大きさであること. または, やや余裕をもって, 10*MAX((MM+4)*(MM+3),JD*3*(MM+1),JD*ID) としておいて

もよい．もし, 2 次の非線形項からのエリアジングを除く条件 (JD≥JM≥3*MM/2D0, IM≥3*MM+1) が満されている場合には, 簡単に 10*(IM+2)*JD ととっておけばよい．(ただし, MM≥ 3, IM+2≥ID は満されているものとする).

3.18 SPSWHI

1. 機能

   SPSWLV で用いられる配列 CL を初期化する (高階粘性用).

2. 定義

   SPSWHV の項で導入した全角運動量を保存する高階粘性項を含んだ浅水方程式の線形部分を SPSWLV を用いて計算するための CL を初期化する.

3. 呼び出し方法

   SPSWHI(MM,BARPHI,DNU,ALPHA,LEV,DT,CL)

4. パラメーターの説明

MM	(I)	入力．切断波数
BARPHI	(D)	入力．$\bar{\Phi}$ の値
DNU	(D)	入力．ν の値
ALPHA	(D)	入力．α の値
LEV	(I)	入力．n の値 (SPSWHV の項参照.
DT	(D)	入力．Δt の値
CL	(D((MM+1)*(MM+1)*5))	出力．SPSWLV で用いられる配列

5. 備考

   入力パラメターの意味については SPSWLV の項を参照のこと.